



دانشگاه گواران و منابع طبیعی

نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک

جلد بیست و پنجم، شماره چهارم، ۱۳۹۷

<http://jwsc.gau.ac.ir>

DOI: 10.22069/jwsc.2018.14361.2910

تحلیل حساسیت فاصله اولیه بین ذرات در روش هیدرودینامیک ذرات هموار شده در شبیه‌سازی امواج ناشی از شکست سد

*حبیبه شیبانی فرد^۱، محمد زونعمت کرمانی^۲، غلامعباس بارانی^۳ و رسول معمارزاده^۴

^۱ دانشجوی دکتری گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان، آدانشیار گروه مهندسی آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان،

^۲ آستاد گروه مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ^۳ آستادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه ولیعصر رفسنجان

تاریخ دریافت: ۹۵/۹/۶؛ تاریخ پذیرش: ۹۷/۳/۲۲

چکیده

سابقه و هدف: یکی از دسته‌بندی‌های کلی الگوی گسسته‌سازی معادلات و ایجاد هندسه محاسباتی در روش‌های عددی، روش‌های با شبکه و روش‌های بدون شبکه می‌باشد. روش‌های مبتنی بر شبکه‌بندی از گذشته تاکنون ابزاری مفید برای مدل‌سازی‌های جریان بوده‌اند. با این وجود این روش‌ها دارای محدودیت‌هایی در مدل‌سازی سطح آزاد جریان، مرزهای قابل تغییر و هندسه‌های پیچیده می‌باشند. در سال‌های اخیر نسل جدیدی از روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی با عنوان روش‌های بدون شبکه (مش‌بندی) معرفی شده است که از آن جمله می‌توان روش هیدرودینامیک ذرات هموار شده^۱ را برشمرد. روش هیدرودینامیک ذرات هموار شده روش کاملاً لاگرانژی است که بدون استفاده از شبکه به حل میدان محاسباتی می‌پردازد. در روش ذکر شده از بیان انتگرالی برای تقریب توابع استفاده می‌شود و توابع هموار نقشی اساسی در بیان تقریب‌های انتگرالی دارند.

مواد و روش‌ها: در پژوهش حاضر از روش عددی هیدرودینامیک ذرات هموار شده تراکم‌ناپذیر برای مدل‌سازی امواج شکست سد استفاده شده است. به‌منظور صحت‌سنجی نتایج، از گزارش‌های ارائه شده در دو مورد آزمایشگاهی مسأله شکست سد بهره‌گیری شده است. برای مدل‌سازی عددی از تابع هموار اسپلاین درجه سوم و فواصل اولیه ذرات ۰/۰۰۳، ۰/۰۰۴، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۰۸ متر استفاده شده است و تحلیل حساسیت نسبت به تأثیر فاصله اولیه بین ذرات صورت پذیرفته است. همچنین در ادامه تأثیر توابع هموار اسپلاین درجه پنجم و بتا علاوه بر تابع هموار استفاده شده، بر نتایج مدل‌سازی برای دو مورد آزمایشگاهی و برای فاصله بین ذرات ۰/۰۰۶ متر (به‌منظور کاهش بار محاسبات) بررسی شده است.

یافته‌ها: پس از بررسی نتایج حاصل از مدل‌سازی و مقایسه درصد خطای نسبی مربوط به استفاده از هر کدام از توابع هموار مشخص شد که در هر دو تست آزمایشگاهی مدل‌سازی شده بیش‌ترین دقت مربوط به تابع هموار اسپلاین مرتبه سوم می‌باشد. برای بررسی تأثیر فاصله اولیه بین ذرات در مدل‌سازی، مقایسه نتایج حاصل از مدل عددی با تابع

* مسئول مکاتبه: sheybani_h@gau.ac.ir

1- Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH)

هموار اسپلاین درجه سوم به‌عنوان تابع هموار برتر، برای فواصل اولیه بین ذرات ۰/۰۰۳، ۰/۰۰۴، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۰۸ متر برای دو مورد مسأله شکست سد انجام گرفته است.

نتیجه‌گیری: نتایج حاصله نشان می‌دهند که عملکرد مدل عددی با کاهش فاصله اولیه بین ذرات (افزایش تعداد ذرات) ارتقا پیدا می‌کند، به‌طوری‌که استفاده از فاصله اولیه ۰/۰۰۳ نسبت به ۰/۰۰۸ به‌طور متوسط ۴۳/۵ درصد پیشانی جبهه پیش‌روی و ۹۳/۷ درصد تغییرات ارتفاع سطح آب را بهبود بخشیده است.

واژه‌های کلیدی: جریان سطح آزاد، روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر، شکست سد، مدل‌سازی عددی

مقدمه

پیش‌بینی امواج حاصل از جریان شکست سد از اهمیت بالایی در علم هیدرولیک برخوردار است. در همین راستا، روش‌های عددی به‌دلیل دقت بالا، ابزاری قدرتمند برای شبیه‌سازی این پدیده به‌شمار می‌روند (۱). یکی از مزیت‌های روش عددی مبتنی بر ذرات هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر در حل کردن معادلات حاکم بر جریان (بقای مومنتم و بقای جرم)، محاسبه انتقال ذره در مختصات لاگرانژی به‌صورت مستقیم و بدون هیچ پخشیدگی عددی می‌باشد. اثر پخشیدگی عددی معمولاً در روش‌های اویلری وجود دارد و همین موضوع باعث ایجاد مشکل جدی در مدل‌سازی جریان‌های دارای تغییر شکل‌های بزرگ در سطح آزاد، می‌گردد (۲).

این روش هم برای سیال تراکم‌پذیر و هم سیال تراکم‌ناپذیر کاربرد دارد. شبیه‌سازی جریان تراکم‌ناپذیر با دو روش زیر قابل اجرا است. در روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌پذیر ضعیف^۱، سیال دارای تراکم‌پذیری اندکی فرض شده و فشار ذرات سیال از یک معادله حالت تجربی محاسبه می‌گردد. در روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر^۲ سیال کاملاً تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته شده و فشار و سرعت ذرات سیال از روش پروجکشن^۳ محاسبه می‌شود (۵).

روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده در ابتدا توسط لوسی (۱۹۷۷) و موناگان (۱۹۹۹) معرفی شد. کاربرد روش ذکر شده ابتدا برای مسائل فیزیک نجومی بوده است که بعدها برای مسائل مکانیک جامدات و سیالات نیز مورد استفاده قرار گرفت. موناگان (۱۹۹۹) از روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌پذیر ضعیف برای شبیه‌سازی انتشار موج تنها در طول ساحل استفاده نمود (۷). شاو و گوتو (۲۰۰۴) به مطالعه اندرکنش انتشار موج و تیغه شناور با در نظر گرفتن مدل آشفتگی شبیه‌ساز گردابه‌های بزرگ پرداختند (۱۱). شاو (۲۰۱۰) به بررسی اندرکنش موج با محیط متخلخل با به‌کارگیری مدل هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر پرداخت و نشان داد که روش مذکور قابلیت اعمال در کاربردهای هیدرودینامیک سواحل دارد (۹). ژو و همکاران (۲۰۱۰) الگوریتم جدیدی برای هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر مطرح کردند و بر روی دقت و پایداری روش خود با مدل‌سازی مسائل مختلف سطح آزاد بحث کردند (۱۲). صفدری‌شادلو و همکاران (۲۰۱۰) روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر اصلاح‌شده (که دارای اصلاحاتی در مرز جامد است) را معرفی و به مدل‌سازی جریان اطراف جسم جامد پرداختند (۸). یانگ و همکاران (۲۰۱۳) تابع هموار جدیدی را با دقت بالا در مدل‌سازی با روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده معرفی کرده و به‌کار بردند (۱۳).

- 1- Weakly Compressible SPH (WCSPH)
- 2- Incompressible SPH (ISPH)
- 3- Projection method

که در آن، m جرم ذره و ρ چگالی هر ذره است. اندیس i نشان‌دهنده ذره مرکزی و j نشان‌دهنده هر ذره موجود در ناحیه تأثیر ذره مرکزی (ذره همسایه) است. طول هموار در این پژوهش برابر $1/2$ فاصله اولیه بین ذرات در نظر گرفته شده است (۵). تابع هموار استفاده شده در این پژوهش تابع اسپیلاین درجه سوم است که توسط موناگان (۲۰۰۰) پیشنهاد داده شده است (رابطه ۳).

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{10}{7\pi h^2} (1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3), & \text{if } 0 \leq q < 1 \\ \frac{10}{28\pi h^2} (2-q)^3, & \text{if } 1 \leq q \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

که در آن، q پارامتری برابر r_{ij}/h و \bar{w}_{ij} مقدار تابع هموار برای ذره مرکزی i و ذرات همسایه j است. از آنجایی که تابع هموار اسپیلاین درجه سوم در مقادیر q بیش‌تر از ۲ مقدار صفر را دارا می‌باشد شعاع دایره تأثیر ذره مرکزی (kh) مقدار $2h$ را خواهد گرفت. به‌منظور پیدا کردن ذرات موجود در ناحیه تأثیر هر ذره مرکزی از روش لیست‌های مرتبط‌شده^۱ یعنی جستجوی ۹ مربع اطراف ذره مرکزی بجای جستجوی کل دامنه محاسبات استفاده می‌شود (۶). در این روش دامنه محاسبات به مربع‌هایی به اضلاع $2h$ تقسیم می‌شود و هر ذره به مربعی تعلق می‌گیرد در شکل ۱ به وضوح دیده می‌شود که ذرات همسایه ذره مرکزی i تنها در ۹ مربع اطراف ذره وجود دارند.

در پژوهش حاضر مدل عددی سطح آزاد بر مبنای روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر تهیه و برای صحت‌سنجی نتایج آن از داده‌های آزمایشگاهی موجود مسأله شکست سد استفاده شده است. همچنین در این پژوهش مطالعات جامعی بر روی حساسیت نتایج مدل حاضر نسبت به اندازه اولیه بین ذرات و همچنین اثر تابع درون‌یاب صورت گرفته است. هدف از انجام این پژوهش بررسی تأثیر کم کردن فاصله اولیه بین ذرات بر روی همگرایی روش عددی هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر و بالا رفتن دقت نتایج حاصله با این مدل بوده است.

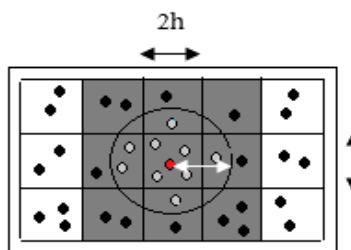
مواد و روش‌ها

روابط روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده: اساس روش هیدرودینامیک ذرات هموار شده بر درون‌یابی انتگرالی برای تقریب توابع است که مقدار تابع در نقطه r_0 به‌صورت زیر بیان می‌شود (رابطه ۱).

$$f(r_0) = \int_{\Omega} f(r) \bar{w}(|r-r_0|, h) dr \quad (1)$$

که در آن، Ω دامنه تأثیر ذره مرکزی، h طول هموار و \bar{w} نشان‌دهنده تابع هموار است. این معادله به‌صورت زیر گسسته می‌شود.

$$f(r_i) = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} f(r_j) \bar{w}(|r_i-r_j|, h) \quad (2)$$



شکل ۱- افزاز دامنه محاسبات به مربع‌هایی به ابعاد $2h$ برای پیدا کردن ذرات واقع در ناحیه تأثیر ذره مرکزی.

Figure 1. Computational domain in two squares with $2h$ sizes for finding particles in the influence domain of central particle.

الگوریتم دو گام جزئی: ابتدا با توجه به ابعاد مسأله و فاصله اولیه ذرات، ذرات جانمایی شده، سپس جرم تمامی ذرات تعیین می‌شود.

$$m_i = \frac{\rho_0}{\sum_j \widehat{w}(|r_i - r_j|, h)} \quad (9)$$

در ابتدای هر گام زمانی چگالی ذرات با معادله زیر محاسبه و در محاسبات آن گام زمانی استفاده می‌شود.

$$\rho_i = \sum_j m_j \widehat{w}(|r_i - r_j|, h) \quad (10)$$

در مرحله پیش‌بینی با صرف‌نظر کردن از عبارت فشار در معادله ناویه- استوکس (معادله ۵) سرعت u_* و مکان ذرات r_* محاسبه می‌شود (رابطه‌های ۱۱ و ۱۲)، این مقادیر با سرعت و مکان اولیه (r_i, u_i) اختلاف Δu_* و Δr_* را دارند، این اختلاف ناشی از عدم در نظر گرفتن عبارت فشار در معادله ناویر استوکس است.

$$u_* = u_f + \Delta u_* \quad (11)$$

$$r_* = r_f + u_* \Delta t \quad (12)$$

در این مرحله شرایط تراکم‌ناپذیری به دلیل اختلاف چگالی محاسبه‌شده با چگالی اولیه، ارضاء نشده است. در مرحله تصحیح برای اعمال شرایط تراکم‌ناپذیری، با در نظر گرفتن معادله ناویر استوکس تنها با جمله فشار (رابطه ۱۳) و جانشینی سرعت در معادله بقای جرم و تشکیل معادله پواسون فشار (رابطه ۱۴)، فشار ذرات سیال با حل دستگاه معادلات خطی تشکیل شده، قابل محاسبه می‌باشند. با توجه به مقدار فشار محاسبه شده می‌توان Δu_{**} را محاسبه و در نتیجه سرعت u_{t+1} و همچنین مکان ذرات r_{t+1} با

معادلات حاکم بر جریان و نحوه گسسته‌سازی آن‌ها: معادلات حاکم بر جریان امواج آب به‌عنوان یکی از مهم‌ترین جریان‌های سیال تراکم‌ناپذیر با سطح آزاد، معادلات بقای جرم (رابطه ۴) و بقای اندازه حرکت (رابطه ۵) می‌باشند (۴):

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot u = 0 \quad (4)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 u + f_b \quad (5)$$

که در آن‌ها، μ ، p ، u ، f_b به ترتیب بیانگر ویسکوزیته دینامیکی ذرات سیال، فشار، سرعت و نیروی خارجی هستند. گسسته‌سازی جملات فشار و لزجت در معادله ناویر استوکس با روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده به‌صورت زیر است (رابطه‌های ۷ و ۸) (شاولو، ۲۰۱۰).

$$\frac{1}{\rho_i} (\nabla p_i) = \sum_j m_j \left(\frac{p_j}{\rho_j} \right) \nabla_i \widehat{w}_{ij} + \left(\frac{p_i}{\rho_i} \right) \sum_j m_j \cdot \nabla_i \widehat{w}_{ij} \quad (6)$$

$$\frac{1}{\rho_i} (\nabla p_i) = \sum_j m_j \left(\frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_j^2} \right) \cdot \nabla_i \widehat{w}_{ij} \quad (7)$$

$$\left(\frac{\mu}{\rho} \nabla^2 u \right)_i = \sum_j \frac{4m_j (\mu_i + \mu_j) \overline{r_{ij}} \cdot \nabla_i \widehat{w}_{ij}}{(\rho_i + \rho_j)^2 (|r_{ij}|^2 + \eta^2)} \overline{(u_i - u_j)} \quad (8)$$

که η حد آستانه و 0.1h است که برای جلوگیری از صفر شدن منخرج کسر در حین محاسبات تعبیه شده است.

الگوریتم حل: روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر با الگوریتم حل دو گام جزئی^۱ که شامل دو گام پیش‌بینی و تصحیح است، برای سیال تراکم‌ناپذیر مورد استفاده قرار گرفته است.

1- Two step fractional Algorithm

$$r_{t+1} = r_t + \frac{u_{t+1} + u_t}{2} \quad (16)$$

توجه به مرحله اولیه و پیش‌بینی، تصحیح می‌شوند (رابطه‌های ۱۵ و ۱۶).

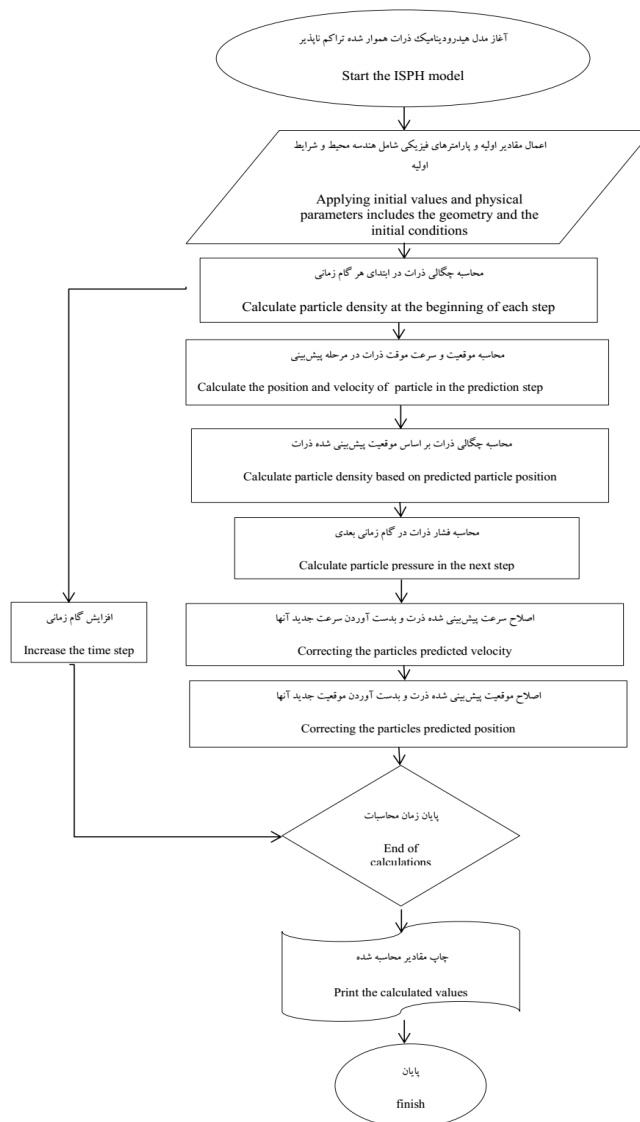
در ادامه سرعت و مکان و فشار ذرات با تکرار این مراحل برای گام‌های زمانی بعدی، محاسبه می‌شوند.

$$\vec{\Delta u}_{**} = \frac{-1}{\rho_*} \nabla p_{t+1} \Delta t \quad (13)$$

در شکل ۲ الگوریتم حل مدل عددی حاضر به صورت شماتیک نشان داده شده است.

$$\Delta \left(\frac{1}{\rho_*} \nabla p_{t+1} \right) = \frac{\rho_0 - \rho_*}{\rho_0 \Delta t^2} \quad (14)$$

$$u_{t+1} = u_* + \Delta u_{**} \quad (15)$$



شکل ۲- نمودار گردش مدل هیدرودینامیک ذرات هموارشده (SPH).

Figure 2. Flowchart of SPH method.

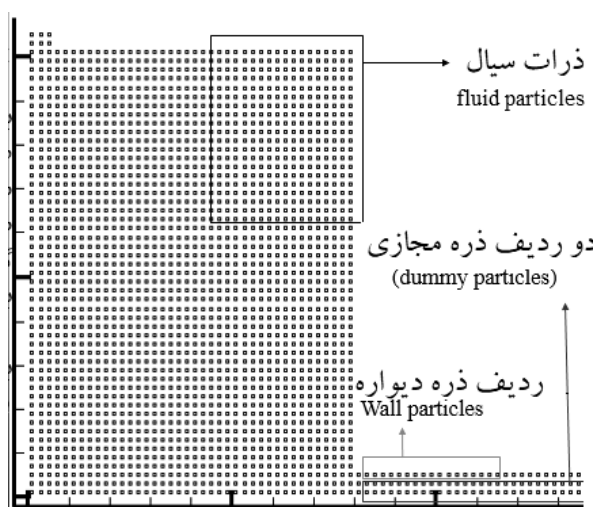
هر ذره مجازی با فشار ذره جامدی که در راستای عمود بر آن ذره قرار گرفته است برابر قرار داده می‌شود. برای شناسایی ذرات سطح آزاد از بررسی شرط زیر برای تمامی ذرات استفاده می‌شود، به طوری که ذراتی که شرط زیر (رابطه ۱۷) برای آنها صادق است به عنوان ذرات سطح آزاد در نظر گرفته می‌شوند (۱).

$$\rho_* < \beta \times \rho_0 \quad (17)$$

که در آن، β پارامتر سطح آزاد است که ضریبی کمتر از یک است و در این پژوهش ۰/۹۸ در نظر گرفته شده است.

اعمال شرایط مرزی و مدل‌سازی دیواره صلب: برای مدل‌سازی دیواره صلب از یک ردیف ذره با موقعیت ثابت استفاده می‌شود که برای جلوگیری از تجمع ذرات کنار دیواره‌ها و تعادل فشار ذرات سیال، معادله پواسون برای این ذرات نیز حل می‌گردد. همچنین برای در نظر گرفته نشدن ذرات دیواره به عنوان ذرات سطح آزاد، دو ردیف ذره مجازی به طور ثابت و عمود بر دیواره‌ها قرار داده شده‌اند (شکل ۳).

با توجه به تقارن معادلات روش هیدرودینامیک ذرات هموار شده، محاسبه گرادیان فشار بین ذرات مجازی و ذرات داخلی سیال ضروری است. به منظور اعمال شرایط مرزی و محاسبه فشار ذرات مجازی از شرایط مرزی نیومن استفاده می‌شود، به طوری که فشار



شکل ۳- آرایش ذرات در روش هیدرودینامیک ذرات هموار شده تراکم‌ناپذیر (ISPH).

Figure 3. Particle arrangement in the SPH method.

تأثیر نوع تابع هموار استفاده شده در نتایج مدل‌سازی، مقایسه نتایج برای توابع هموار (رابطه‌های ۳، ۱۸ و ۱۹) در آزمایش اول و دوم با در نظر گرفتن فاصله بین ذرات ۰/۰۰۶ متر انجام شده است (شکل‌های ۱۱ و ۱۲).

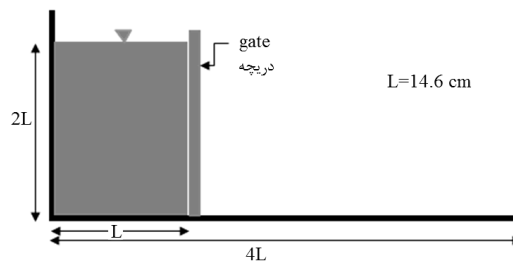
توابع هموار مدل‌سازی: استفاده از توابع هموار مختلف مانند استفاده از الگوهای مختلف گسسته‌سازی معادلات حاکم در روش تفاضل محدود است.

تابع هموار استفاده شده در این پژوهش تابع اسپلاین درجه سوم است. همچنین به منظور بررسی

نتیجه شعاع دایره تأثیر ذره مرکزی (kh) مقدار 3h را خواهد گرفت.

پیاده‌سازی مدل: در این پژوهش، دو مدل‌سازی هر کدام با چهار فاصله اولیه بین ذرات (dr) ۰/۰۰۳، ۰/۰۰۴، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۰۸ متر انجام گرفته‌اند و در نهایت نتایج مدل‌سازی‌ها با نتایج آزمایشگاهی موجود مقایسه شده‌اند.

مدل‌سازی مسأله ریزش ناگهانی ستون آزاد آب (شکست سد) با ارتفاع اولیه ۰/۲۹۲ متر: هندسه اولیه و نتایج مدل‌سازی برای فاصله اولیه بین ذرات ۰/۰۰۳ متر برای آزمایش انجام شده توسط کوشیزاکا و اوکا (۱۹۹۶) در زیر نشان داده شده است (شکل ۴).



شکل ۴- شرایط اولیه و هندسی مسأله ریزش ناگهانی ستون آزاد آب (شکست سد) با ارتفاع اولیه ۰/۲۹۲ متر.

Figure 4. Initial geometry of sudden collapse of free water column (dam break) with initial height of 29.2 cm.

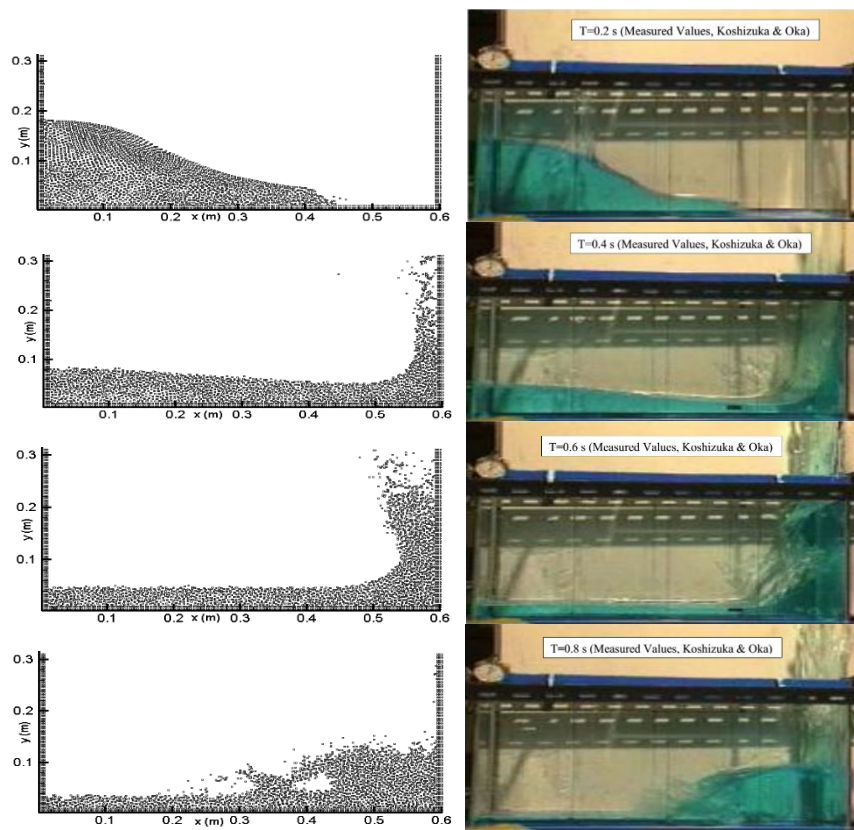
موج ایجاد شده مدل عددی را در برابر عکس‌های گرفته شده در آزمایشگاه در زمان‌های مورد نظر نشان می‌دهد. شکل‌های ۶ و ۷ به ترتیب نمودارهای بی‌بعد شده زمان در برابر موقعیت جبهه پیشروی جریان و زمان در برابر ارتفاع جریان در فاصله ۰/۳ متر از دیواره چپ کانال را برای نتایج مدل عددی با فواصل اولیه بین ذرات و عکس‌های آزمایشگاهی به تصویر می‌کشد.

$$w_{ij} = \frac{5}{14\pi h^2} \begin{cases} (4-6q^2+3q^3), & \text{if } 0 \leq q \leq 1 \\ (2-q)^3, & \text{if } 1 \leq q \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{(Beta spline) (18)}$$

$$w_{ij} = \frac{7}{478\pi h^2} \begin{cases} (3-q)^5-6(2-q)^5+15(1-q)^5, & \text{if } 0 \leq q \leq 1 \\ (3-q)^5-6(2-q)^5, & \text{if } 1 \leq q \leq 2 \\ (3-q)^5, & \text{if } 2 \leq q \leq 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{(Quintic spline) (19)}$$

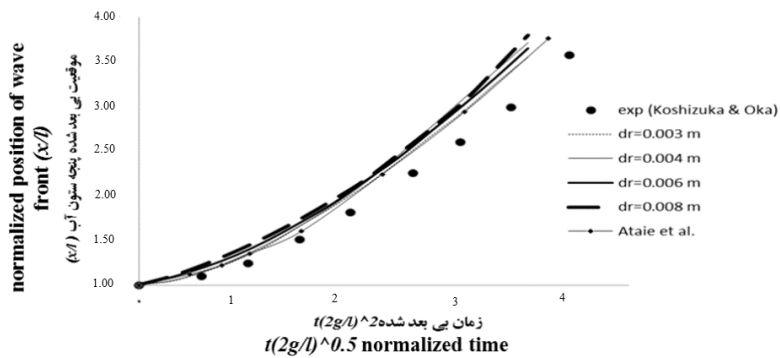
که در آن‌ها، q برابر r_{ihj}/h است و h نیز طول هموار می‌باشد. لازم به ذکر است که تابع quintic spline در مقادیر q (به r_{ihj}/h) بیش‌تر از ۳ مقدار صفر را دارا می‌باشد و از آن‌جا که شعاع دایره تأثیر برابر با عددی است که در آن مقدار تابع هموار صفر می‌شود (مقدار تابع هموار در مرکز دایره تأثیر ماکزیمم و به صورت نزولی تا مقدار صفر روی شعاع دایره پیش می‌رود) در

طول ستون آب ۰/۱۴۶ متر، ارتفاع ستون آب ۰/۲۹۲ متر، طول کانال آزمایشگاهی ۰/۵۸۴ متر و ارتفاع کانال ۰/۳ متر است. تعداد ذرات در نظر گرفته شده، برای فواصل بین ذرات ۰/۰۰۳، ۰/۰۰۴، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۰۸ متر به ترتیب ۵۹۵۳، ۳۵۳۱، ۱۸۳۴ و ۱۱۶۵ ذره می‌باشد. برداشتن دریچه از جلوی ستون آب به‌طور بسیار سریع (شکست ناگهانی دریچه) انجام گرفته است. شکل ۵ نتایج حاصل از پیشروی جبهه



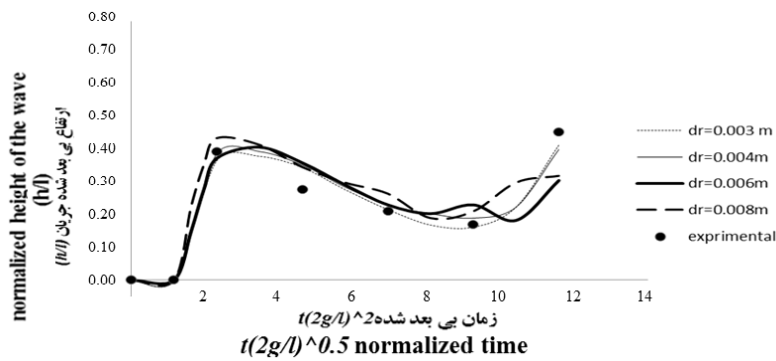
شکل ۵- مقایسه پروفیل‌های جریان (سمت راست: مدل آزمایشگاهی؛ سمت چپ: مدل عددی هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر با فاصله اولیه ۰/۰۰۳ متر).

Figure 5. Comparing flow profiles; right: an experimental model, left: incompressible smoothed particle hydrodynamic numerical model, particles with initial between-particle distance of 0.003 m.



شکل ۶- نمودار بی‌بعد شده زمان در برابر موقعیت جبهه پیشروی جریان حاصل از مدل عددی و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی کوشیزاکا و اوکا (۱۹۹۶).

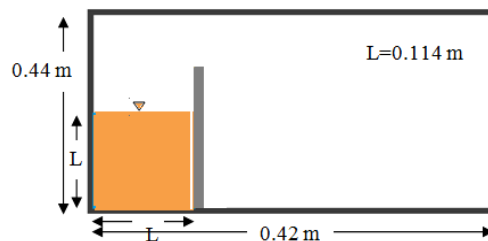
Figure 6. Normalized diagram of time compared to position of the wave front and its comparison with the experimental results (Koshizuka et al., 1996).



شکل ۷- نموداری بی بعد شده زمان در برابر ارتفاع جریان در $x=0.3$ m و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی کوشیزاکا و اوکا (۱۹۹۶).
Figure 7. Normalized diagram of time compared to height of the wave at $x=0.3$ m and its comparison with the experimental results (Koshizuka et al., 1996).

برای آزمایش انجام شده توسط کروچاگا و همکاران (۲۰۰۶) در زیر نشان داده شده است (شکل ۸).

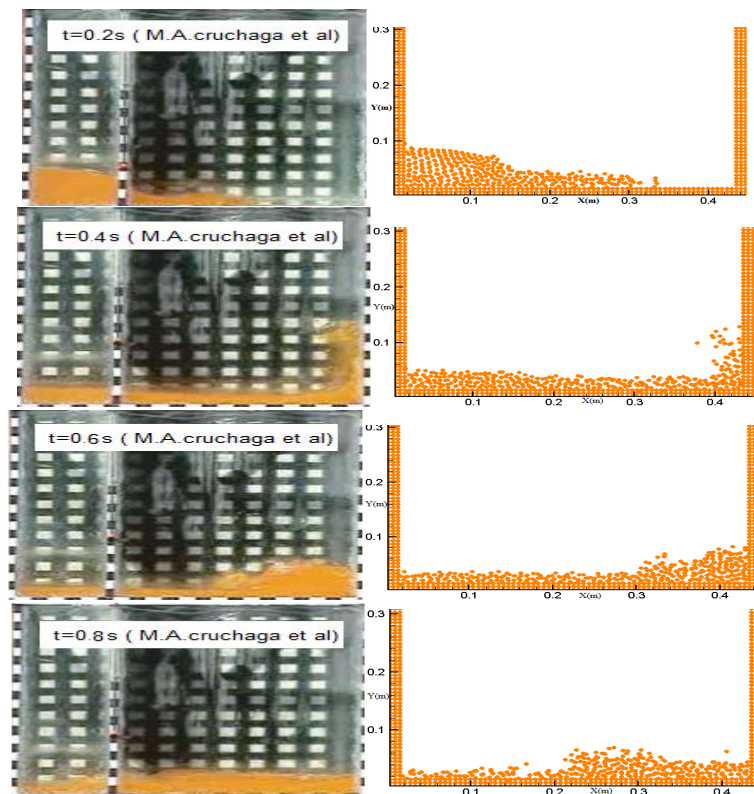
مدلسازی مسأله ریزش تدریجی ستون آزاد آب (شکست سد) با ارتفاع اولیه ۰/۱۱۴ متر: هندسه



شکل ۸- شرایط اولیه و هندسی مسأله ریزش تدریجی ستون آزاد آب (شکست سد) با ارتفاع اولیه ۰/۱۱۴ متر.
Figure 8. Initial geometry of sudden collapse of free water column (dam break) with initial height of 11.4 cm.

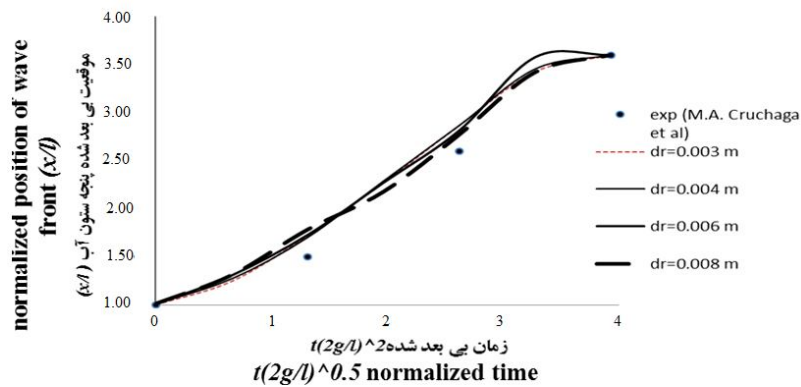
گرفته شده در آزمایشگاه برای زمانهای مورد نظر نشان می‌دهد. به منظور تحلیل نتایج، نمودار بی بعد شده زمان در برابر موقعیت جبهه پیشروی جریان و نمودار بی بعد شده زمان در برابر ارتفاع جریان در فاصله ۰/۲۷ متر از دیواره سمت چپ برای فواصل اولیه ذرات با مقایسه مدل عددی و آزمایشگاهی به ترتیب در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ آورده شده‌اند.

طول و ارتفاع ستون آب ۰/۱۱۴ متر و طول کانال آزمایشگاهی ۰/۴۲ متر و ارتفاع کانال ۰/۴۴ متر است. تعداد ذرات در نظر گرفته شده در مدلسازی، برای فاصله اولیه بین ذرات ۰/۰۰۳، ۰/۰۰۴، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۰۸ متر به ترتیب ۲۴۷۹، ۱۶۲۱، ۸۸۶ و ۶۳۶ ذره می‌باشد. برداشتن دریچه از جلوی ستون آب با سرعت ۰/۸۶ m/s انجام می‌شود. شکل ۹ نتایج حاصل از مدلسازی عددی را در برابر عکس‌های



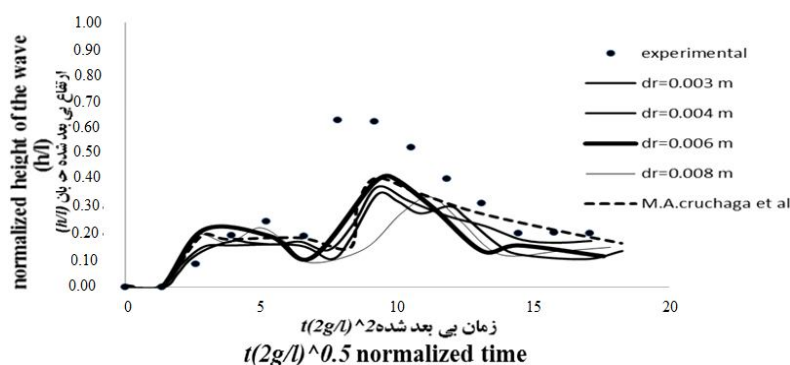
شکل ۹- مقایسه پروفیل‌های جریان (سمت راست: مدل آزمایشگاهی؛ سمت چپ: مدل عددی هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم‌ناپذیر با فاصله اولیه ۰/۰۰۳ متر.

Figure 9. Comparing flow profiles; right: an experimental model, left: incompressible smoothed particle hydrodynamic numerical model, particles with initial between-particle distance of 0.003 m.



شکل ۱۰- نمودار بی بعد شده زمان در برابر موقعیت جبهه پیشروی جریان و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی کروچاگا و همکاران (۲۰۰۶).

Figure 10. Normalized diagram of time compared to position of the wave front and its comparison with the experimental results (Cruchaga et al., 2006).



شکل ۱۱- نمودار بی بعد شده زمان در برابر ارتفاع جریان در $x=0.27$ m و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی کروچاگا و همکاران (۲۰۰۶).

Figure 11. Normalized diagram of time compared to height of the wave at $x=0.27$ m and its comparison with the experimental results (Cruchaga et al., 2006).

$$MRE = \frac{\text{exp} - \text{num}}{\text{exp}} * 100 \quad (20)$$

تحلیل نتایج و بحث: به منظور ارزیابی دقت روش

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\text{exp}_i - \text{num}_i)^2}{n}} \quad (21)$$

عددی از دو معیار میانگین خطای نسبی و جذر

میانگین مربعات خطای استاندارد شده^۱ استفاده شده

است. نتایج به دست آمده در جدول های ۱ و ۲ درج

شده است.

$$NRMSE = \frac{RMSE}{\text{exp}_{\max} - \text{exp}_{\min}}$$

جدول ۱- مقادیر خطاهای مدل سازی: سمت راست) مربوط به موقعیت جبهه پیشروی موج در مسأله اول؛ سمت چپ) مربوط به ارتفاع موج در $x=0.3$ m مربوط به مسئله اول.

Table 1. Numerical modeling errors: right) position of the wave front for first test case; left) height of the wave at $x=0.3$.

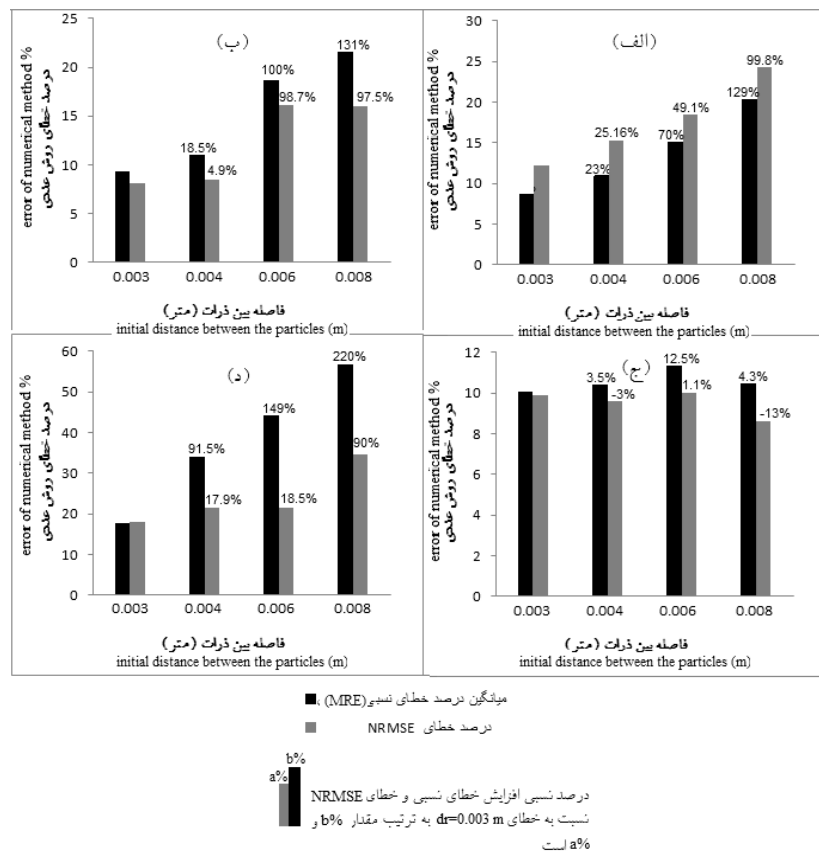
میانگین درصد خطای نسبی MRE	NRMSE%	فاصله بین ذرات Initial distance between the particles	میانگین درصد خطای نسبی MRE	NRMSE%	فاصله بین ذرات Initial distance between the particles
9.32	8.1	0.003	8.9	12.16	0.003
11.05	8.5	0.004	10.95	15.22	0.004
18.7	16.1	0.006	15.13	18.4	0.006
21.6	16	0.008	20.41	24.3	0.008

1- Normalized Root Mean Square Error (NRMSE)

جدول ۲- مقادیر خطاهای مدل‌سازی: سمت راست) مربوط به موقعیت جبهه پیشروی موج در مسأله دوم؛ سمت چپ) مربوط به ارتفاع موج در $x=0.27$ m مربوط به مسأله دوم.

Table 2. Numerical modeling errors: right) position of the wave front for second test case; left) height of the wave at $x=0.27$.

میانگین درصد خطای نسبی MRE	NRMSE%	فاصله بین ذرات Initial distance between the particles	میانگین درصد خطای نسبی MRE	NRMSE%	فاصله بین ذرات Initial distance between the particles
17.7	18.14	0.003	10.06	9.9	0.003
33.9	21.4	0.004	10.42	9.6	0.004
44.2	21.5	0.006	11.32	10.01	0.006
56.7	34.6	0.008	10.5	8.6	0.008



شکل ۱۲- نمودار ستونی افزایش درصد خطای نسبی و خطای NRMSE در برابر فاصله ذرات، الف) خطاهای مربوط به موقعیت جبهه پیشروی موج در مسأله اول؛ ب) خطاهای مربوط به ارتفاع موج در $x=0.3$ m مربوط به مسأله اول؛ ج) خطاهای مربوط به موقعیت جبهه پیشروی موج در مسأله دوم؛ د) خطاهای مربوط به ارتفاع موج در $x=0.27$ m مربوط به مسأله دوم.

Figure 12. Column chart of Increasing the percentage of relative error and NRMSE, Numerical modeling errors related to: a) position of the wave front for first test case; b) height of the wave at $x=0.3$ for first test case; c) position of the wave front for second test case; d) height of the wave at $x=0.27$ for second test case.

کاهش می‌دهد. تحلیل ارائه شده فوق را می‌توان برای سایر موارد مشابه تعمیم داد، به طوری که نتایج حاصل از این پژوهش، برتری داشتن گزینش فواصل اولیه کم‌تر ذرات را محرز می‌سازد. با این حال، شایان ذکر است که انتخاب فواصل کوچک‌تر، هزینه محاسباتی را افزایش می‌دهد. جدول ۳ زمان محاسبات را برای حل مسائل مدل‌سازی شده با استفاده از یک پردازنده دو هسته‌ای (۳/۰۶-۳/۰۷ GHz) نشان می‌دهد.

در شکل ۱۲ درصد نسبی افزایش خطا نسبت به خطای مربوط به فاصله ۰/۰۰۳ متر محاسبه شده است. به عنوان مثال نتایج درج شده در شکل ۱۲ نشان می‌دهد که استفاده از فاصله اولیه ۰/۰۰۳ نسبت به ۰/۰۰۸ به طور متوسط ۴۳/۵ درصد خطای نسبی و ۶۶/۶ درصد خطای NRMSE مربوط به پیشانی جبهه پیشروی و ۹۳/۷ درصد خطای نسبی و ۷۵ درصد خطای NRMSE مربوط به ارتفاع سطح آب را

جدول ۳- هزینه محاسباتی مربوط به شبیه‌سازی پدیده شکست سد با توجه به فاصله اولیه بین ذرات.

Figure 3. The computational cost of simulating dam break a cording to the initial distance between the particles.

زمان پردازنده در آزمایش دوم (ثانیه) Cpu time in second test (s)	زمان پردازنده در آزمایش اول (ثانیه) Cpu time in first test (s)	فاصله اولیه بین ذرات (متر) Initial distance between the particles (m)
48000	590400	0.003
14400	99080	0.004
3920	17680	0.006
1720	4800	0.008

خطای نسبی در محاسبه جبهه پیشروی موج برای هر دو آزمایش مربوط به تابع اسپلاین درجه سوم است. و درصد آن ۱۵/۱۳ برای آزمایش کوشیزاکا و ۱۱/۳۲ برای آزمایش کروچاگا است. تابع اسپلاین درجه سوم معمولاً در روش SPH بیش‌تر از دیگر توابع هموار کاربرد دارد و تا زمانی که ناپایداری خاصی در نتایج شبیه‌سازی‌ها مشاهده نشود انتخاب مناسبی است.

به منظور بررسی تأثیر نوع تابع هموار بر نتایج مدل‌سازی، از توابع هموار اسپلاین برای دو آزمایش استفاده و پس از رسم نمودارهای بی‌بعد شده برای هر دو مورد مدل‌سازی شده در شکل‌های ۱۳ و ۱۴، خطای روش عددی برای هر تابع هموار نسبت به مدل آزمایشگاهی در جدول‌های ۴ و ۵ آورده شده است. با توجه به محاسبات دو جدول، کم‌ترین درصد

جدول ۴- مقایسه خطای توابع هموار مختلف در مدل‌سازی عددی پدیده شکست سد مربوط به آزمایش کوشیزاکا و اوکا (۱۹۹۶) با فاصله بین ذرات ۰/۰۰۶ متر.

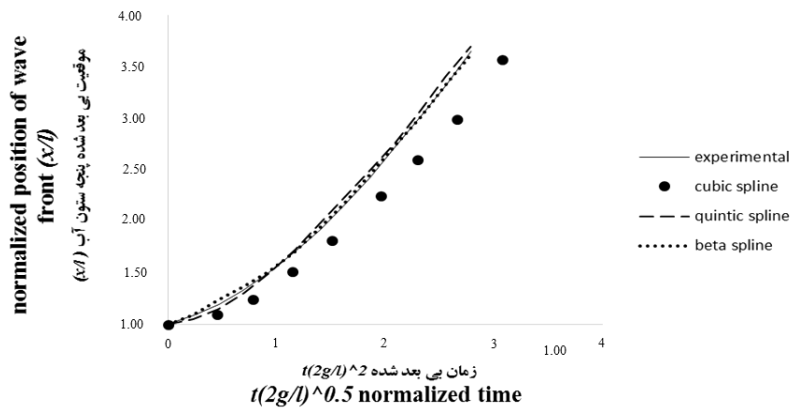
Table 4. Comparison of error smoothing functions in modelling of dam break with initial between-particle distance of 0.006 m (Koshizuka et al., 1996).

میانگین درصد خطای نسبی Mean relative error	تابع هموار استفاده شده Smoothing function
15.13	اسپلاین مرتبه ۳ Cubic spline
15.9	اسپلاین بتا Beta spline
17.3	اسپلاین مرتبه بالاتر Quintic spline

جدول ۵- مقایسه خطای توابع هموار مختلف در مدل‌سازی عددی پدیده شکست سد مربوط به آزمایش کروچاگا و همکاران (۲۰۰۶) با فاصله بین ذرات ۰/۰۰۶ متر.

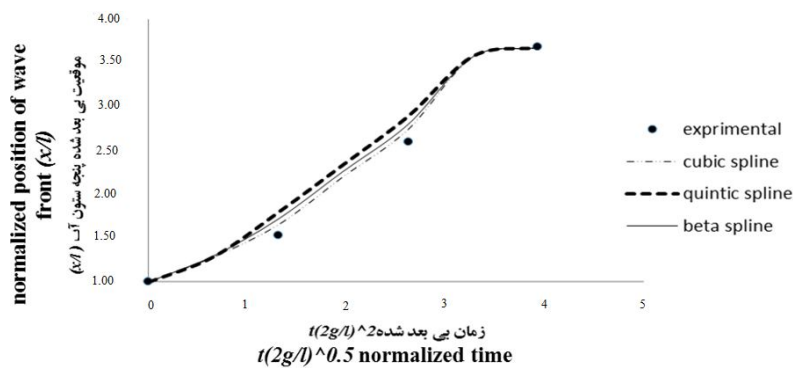
Table 5. Comparison of error smoothing functions in modelling of dam break with initial between-particle distance of 0.006 m Cruchaga et al., 2006).

میانگین درصد خطای نسبی Mean relative error	تابع هموار استفاده شده Smoothing function
11.32	اسپلاین مرتبه ۳ Cubic spline
18.9	اسپلاین بتا Beta spline
26.3	اسپلاین مرتبه بالاتر Quintic spline



شکل ۱۳- نمودار بی‌بعد شده زمان در برابر موقعیت جبهه پیشروی جریان برای مدل عددی با توابع هموار مختلف و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی کوشیزاکا و همکاران (۱۹۹۶).

Figure 13. Normalized diagram of time compared to position of the wave front with different smoothing functions and its comparison with the experimental results (Koshizuka et al., 1996).



شکل ۱۴- نمودار بی‌بعد شده زمان در برابر موقعیت جبهه پیشروی جریان برای مدل عددی با توابع هموار مختلف و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی کروچاگا و همکاران (۱۹۹۶).

Figure 14. Normalized diagram of time compared to position of the wave front with different smoothing functions and its comparison with the experimental results (Cruchaga et al., 2006).

تدریجی ستون آب) استفاده شد. مدل‌سازی با در نظر گرفتن دو مورد آزمایشگاهی متفاوت و بررسی تأثیر چهار فاصله اولیه بین ذرات ۰/۰۰۳، ۰/۰۰۴، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۰۸ متر صورت پذیرفت. یافته‌های حاصل از پژوهش بیانگر کم‌ترین میزان میانگین خطای نسبی و جذر میانگین مربعات خطای استاندارد شده برای کم‌ترین فاصله بین ذرات (۰/۰۰۳ متر) نسبت به دیگر فواصل (۰/۰۰۴، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۰۸ متر) می‌باشد. که این موضوع نشان‌دهنده بالا رفتن دقت روش عددی SPH با کاهش فاصله اولیه بین ذرات و همگرا شدن روش عددی ISPH به کار گرفته شده با مرتبه همگرایی ۲/۱۸ با کاهش فاصله اولیه بین ذرات می‌باشد. قابل ذکر است که خطای مربوط به موقعیت جبهه پیش‌روی برای مسأله مدل‌سازی شده دوم با افزایش فاصله بین ذرات لزوماً کاهش پیدا نکرده است و نتایج حاصله تفاوت زیادی با یکدیگر ندارند (اختلاف کم‌تر از ۱۳ درصد). با این حال بررسی نتایج مربوط به تغییرات ارتفاع جریان، نتیجه افزایش دقت با کاهش فاصله بین ذرات را تأیید می‌نماید. همچنین بررسی نتایج موجود در جدول‌های ۴ و ۵ دقت بیشتر تابع هموار اسپلاین درجه سوم را نسبت به دو تابع اسپلاین دیگر در مدل‌سازی پدیده شکست سد تأیید می‌نماید.

ارزیابی همگرایی مدل روش هیدرودینامیک ذرات هموار شده تراکم‌ناپذیر: به منظور کمی کردن میزان همگرایی روش عددی ISPH، آنالیز همگرایی با توجه به روش به کار گرفته شده توسط شاو (۲۰۱۰) انجام گرفته است. به این صورت که خطای روش عددی متناسب با فاصله بین ذرات در نظر گرفته می‌شود (DR^n)، n مرتبه همگرایی است. با توجه به فواصل بین ذرات میزان خطا با روابط زیر نوشته می‌شود (۹).

$$\frac{E_{0.008}}{E_{0.006}} \approx \frac{(\Delta X_{0.008})^n E_{0.006}}{(\Delta X_{0.006})^n E_{0.004}} \approx \frac{(\Delta X_{0.006})^n E_{0.004}}{(\Delta X_{0.004})^n E_{0.003}} \approx \frac{(\Delta X_{0.004})^n}{(\Delta X_{0.003})^n} \quad (20)$$

$$\Rightarrow \frac{E_{0.008}}{E_{0.003}} = \left(\frac{8}{3}\right)^n$$

با توجه به جدول ۲، درصد میانگین خطای نسبی محاسبه ارتفاع موج برای فاصله بین ذرات ۰/۰۰۳ متر و ۰/۰۰۸ متر ۱۷/۷ و ۵۶/۷ هستند. در صورت جایگذاری در رابطه ۲۰ مرتبه همگرایی روش عددی، $n=1/18$ به دست می‌آید.

نتیجه گیری

در این مقاله از روش ISPH برای شبیه‌سازی جریان حاصل از شکست سد (ریزش ناگهانی و

منابع

1. Ataie-Ashtiani, B., Shobeiry, G., and Farhadi, L. 2008. Modified Incompressible SPH method for simulating free surface problems. *J. Fluid Dynamic Res.* 40: 637-661.
2. Cruchaga, M.A., Celentano, D.J., and Tezduyar, T.E. 2006. Collapse of a liquid column: numerical simulation and experimental Validation. *J. Comput. Mech.* 39: 453-476.
3. Koshizuka, M.S., and Oka, Y. 1996. Moving-Particle Semi-Implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid. *J. Nuclear Sci. Engin.* 123: 421-434.
4. Lucy, L.B. 1977. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *J. Astron.* 82: 12. 1013-1024.
5. Memarzadeh, R., and Hejazi, K. 2012. ISPH Numerical Modeling of Nonlinear Wave Run-up on Steep Slopes. *J. Persian Gulf (Marine Science)*. 3: 10. 17-26.
6. Monaghan, J.J. 1992. Smoothed particle hydrodynamics. *Annu Rev Astron Astrophys*, 30: 543-574.
7. Monaghan, J.J., and Kos, A. 1999. Solitary waves on a cretan beach. *J. waterway, port, coastal and ocean engineering*. 125: 3. 145-154.

8. Safdari Shadloo, M., Zainali, A., Sadek, S.H., and Yildiz, M. 2010. Improved Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics Method for Simulating Flow around Bluff Bodies. *J. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* Accepted Manuscript.
9. Shao, S. 2010. Incompressible SPH flow model for wave interactions with porous media. *J. Coastal Engin.* 57: 304-316.
10. Shakibaenia, A., and Yee-Chung, J. 2011. MPS-Based Mesh-Free Particle Method for Modeling Open-Channel Flows. *J. Hydr. Engin.* 137: 1375-1384.
11. Shao, S., and Gotoh, H. 2004. Simulating coupled motion of progressive wave and floating curtain wall by SPH-LES model. *J. Coastal Engin.* 46: 171-202.
12. Xu, R., Stansby, P.K., and Laurence, D. 2009. Accuracy and Stability in Incompressible SPH (ISPH) Based on the Projection Method and a New Approach. *J. Computational Physics.* 228: 18. 6703-6725.
13. Yang, X.F., Peng, S.L., and Liu, M.B. 2013. A new kernel function for SPH with applications to free surface flows *Applied Mathematical Modelling.* 137: 1375-1384.



Gorgan University of Agricultural
Sciences and Natural Resources

J. of Water and Soil Conservation, Vol. 25(4), 2018

<http://jwsc.gau.ac.ir>

DOI: 10.22069/jwsc.2018.14361.2910

Sensitivity analysis of the initial distance between particles in the smoothed particle hydrodynamics method in simulation of dam break

***H. Sheybanifard¹, M. Zounemat Kermani², Gh.A. Barani³ and R. Memarzadeh⁴**

¹Ph.D. Student, Dept. of Water Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, ²Associate Prof., Dept. of Water Engineering, Bahonar University of Kerman,

³Professor, Dept. of Civil Engineering, Bahonar University of Kerman,

⁴Assistant Prof., Dept. of Civil Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan

Received: 11.26.2016; Accepted: 06.12.2018

Abstract

Background and Objectives: One of the general categories for discretization of equations and creation of computational geometry in the numerical methods is mesh-based and mesh-free methods. Previously, mesh-based methods have been a useful tool for flow modeling. However, these methods have some limitations for modeling free surface flows, changeable boundaries and complicated geometry. In recent years, new generation of computational fluid dynamics methods named mesh-free methods has been introduced which one of them is smoothed particle hydrodynamics method. Smoothed particle hydrodynamics method is a fully Lagrangian method which solves the computational domain without using meshes. In this method, the integral expression is used for the approximation of functions and smoothed functions have a key role in integral approximations.

Materials and Methods: In the present study, the Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics method has been used for dam break waves modeling. In order to validate the computational results, the reports of two experiments of dam break problem have been used. For the numerical modeling, the cubic spline function and initial distance between particles of 0.003 m, 0.004 m, 0.006 m and 0.008 m have been used and the sensitivity analysis has been done on the effect of the initial distance between particles. Also, the effects of quantic spline smoothed function and beta smoothed function on results of modeling for two experimental data with the initial distance between particles of 0.006 m have been performed to reduce the computational costs.

Results: After reviewing the results of the modeling and comparison of the mean relative error related to each of smoothed functions were found that the most accurate results are related to the cubic spline smoothing function. In order to investigate the influence of the initial distance between particles in the modeling, a comparison was made between the results of the numerical model for various distances of 0.003 m, 0.004 m, 0.006 m and 0.008 m for two experimental dam break tests for the superior cubic spline smoothed function.

Conclusion: The results demonstrated that the ability of the numerical model has been enhanced by reducing the initial distance between the particles (increase the number of particles) in which applying the initial distance of 0.003 m would improve the results of the wave front by 43.5% and water level oscillation by 93.7% compared to the initial distance of 0.008 m.

Keywords: Dam break, Free-surface flows, Incompressible smoothed particle Hydrodynamics method, Numerical modeling

* Corresponding Author; Email: sheybani_h@gau.ac.ir

