



دانشگاه کردستان ارومیه

نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک  
جلد بیست و سوم، شماره ششم، ۱۳۹۵  
<http://jwsc.gau.ac.ir>

## ارزیابی مدل‌های تلفیقی AR-ARCH و GAR-ARCH در مدل‌سازی دبی جریان (مطالعه موردی: رودخانه زرینه‌رود استان آذربایجان غربی)

مرضیه عباس‌زاده افشار<sup>۱</sup>، جواد بهمنش<sup>۲</sup>، کیوان خلیلی<sup>۳</sup> و محمد ناظری‌تهرودی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانش‌آموخته کارشناسی ارشد گروه مهندسی آب، دانشگاه ارومیه، <sup>۲</sup> دانشیار گروه مهندسی آب، دانشگاه ارومیه،  
<sup>۳</sup> استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه ارومیه، <sup>۴</sup> دانشجوی دکتری منابع آب، گروه علوم و مهندسی آب، دانشگاه بیرجند  
تاریخ دریافت: ۹۴/۶/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۱/۱۷

### چکیده

**سابقه و هدف:** بسیاری از فرآیندهای مربوط به سیستم‌های طبیعی نسبت به زمان غیرخطی بوده اگرچه جنبه‌های خاصی از این سیستم‌ها ممکن است نسبت به جنبه‌های دیگر به فرآیند خطی نزدیک‌تر باشند. به هر حال ماهیت غیرخطی بودن برای ما کاملاً آشکار نیست. به همین دلیل به نظر می‌رسد با ترکیب مدل‌های خطی و غیرخطی بتوان دقت مدل‌سازی‌های هیدرولوژیکی را افزایش داد. استفاده از مدل‌های سری زمانی یکی از راه‌های کاربردی در شبیه‌سازی و پیش‌بینی داده‌های هیدرولوژیکی است. یکی از مشکلات عمده در استفاده از مدل‌های سری زمانی جهت پیش‌بینی داده‌های هیدرولوژیکی، نحوه تولید داده‌های تصادفی است. در این فرآیند داده‌های تولیدی با تغییر سری تصادفی، تغییر خواهند کرد. کاربرد مدل‌های خطی سری‌های زمانی در هیدرولوژی از چهار دهه پیش آغاز شده و با ارائه مدل‌های باکس-جنکینز به اوج خود رسید. توماس و فایرینگ جزء اولین کسانی بودند که از مدل‌های خطی اتورگرسیو در تحلیل جریان‌های رودخانه بهره جستند. پس از آن‌ها مطالعات متعددی در جهان و ایران انجام شده است. هدف از این پژوهش، معرفی مدل GAR در مدل‌سازی‌های هیدرولوژیکی و همچنین ارزیابی کاربرد مدل‌های تلفیقی AR-ARCH و GAR-ARCH در مدل‌سازی دبی جریان جهت افزایش دقت مدل‌سازی هیدرولوژیکی می‌باشد.

**مواد و روش‌ها:** در این مطالعه ابتدا توسط آزمون‌های اولیه (من-کندال، ران تست و ویلکاکسون)، داده‌های سری زمانی متوسط دبی سالانه رودخانه زرینه‌رود در دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۳۵ مورد بررسی قرار گرفت. سپس با استفاده از مدل‌های AR، AR-ARCH، GAR و GAR-ARCH، متوسط دبی سالانه رودخانه زرینه‌رود در محل ایستگاه ساری قمیش مدل‌سازی شد.

**یافته‌ها:** در این پژوهش ابتدا داده‌های سری زمانی دبی جریان رودخانه زرینه‌رود مورد بررسی اولیه از قبیل بررسی روند، استقلال و ایستایی و همگنی قرار گرفت. نتایج نشان داد که داده‌های مورد بررسی در مقیاس سالانه و در سطح اطمینان ۵ درصد بدون روند می‌باشند و همگنی و استقلال داده‌ها نیز تأیید گردید. در نهایت داده‌های بررسی شده با

\* مسئول مکاتبه: [j.behmanesh@urmia.ac.ir](mailto:j.behmanesh@urmia.ac.ir)

استفاده از مدل‌های تک‌متغیره AR و GAR مورد ارزیابی قرار گرفت و مدل‌های AR(1) و GAR(1) با توجه به معیار آکاییکه به‌عنوان مدل‌های برتر انتخاب گردید. بعد از بررسی و مقایسه دو مدل فوق، سری زمانی باقی‌مانده این مدل‌ها استخراج و با استفاده از مدل‌های غیرخطی خود همبسته با واریانس شرطی (ARCH) برازش یافتند. با تلفیق دو مدل خود همبسته و گامای خود همبسته با مدل‌های غیرخطی خانواده ARCH سرانجام دو مدل تلفیقی AR-ARCH و GAR-ARCH تولید گردید. نتایج حاصل از مدل‌سازی دبی سالانه رودخانه زربینه رود نشان داد که مدل‌های تلفیقی GAR-ARCH و AR-ARCH به ترتیب دقت مدل‌سازی را به اندازه ۱۲ و ۱۱ درصد در واحد مترمکعب بر ثانیه افزایش و خطای مدل‌سازی را در حدود ۴۰ و ۵۰ درصد در واحد مترمکعب بر ثانیه نسبت به مدل‌های خطی تک‌متغیره نظیر خود کاهش می‌دهند. نتایج حاصل از بررسی و مقایسه دقت و میزان خطای دو مدل AR و GAR نیز نشان داد که مدل GAR نتایج بهتری را در مدل‌سازی دبی جریان رودخانه زربینه رود ارائه می‌کند. مدل GAR نسبت به مدل AR مقدار خطای کم‌تر و دقت بیشتری را ارائه کرد.

**نتیجه‌گیری:** نتایج نشان داد که مدل‌های تلفیقی، نقاط اوج دبی‌ها را در مورد مدل‌سازی دبی سالانه رودخانه زربینه رود، نسبت به مدل‌های رایج بهتر مدل می‌کنند. استفاده از مدل‌های غیرخطی و تلفیق آن‌ها با مدل‌های خطی تا حد زیادی اعتمادپذیری و دقت مدل‌سازی و پیش‌بینی‌ها را افزایش می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** مدل‌های خطی، مدل‌های غیرخطی، گاما، مدل تلفیقی

#### مقدمه

بیش‌تر مدل‌های سری زمانی رایج در هیدرولوژی و منابع آب را مدل‌های خطی سری‌های زمانی تشکیل داده‌اند. مدل‌های غیرخطی خانواده ARCH بیش‌تر در علوم مرتبط با آمار، اقتصاد و ریاضیات مورد بحث قرار گرفته و توسعه یافته‌اند ولی در منابع آب کم‌تر مورد استفاده قرار گرفته‌اند. کاربرد مدل‌های خطی سری‌های زمانی در هیدرولوژی از چهار دهه پیش آغاز شده و با ارائه مدل‌های باکس-جنکینز به اوج خود رسید. توماس و فایرینگ جزء اولین کسانی بودند که از مدل‌های خطی اتورگرسیو در تحلیل جریان‌های رودخانه بهره جستند. پس از آن‌ها مطالعات متعددی در جهان و ایران انجام شده است که می‌توان به پژوهش‌های دودانگه و همکاران (۲۰۱۲)، ناظری‌تهرودی و همکاران (۲۰۱۳b، ۲۰۱۳c) و (۲۰۱۳a)، خلیلی و ناظری‌تهرودی (۲۰۱۴) و خلیلی

و همکاران (۲۰۱۲) اشاره کرد. در اقتصادسنجی مدل با خصوصیت اتورگرسیو با واریانس شرطی به مدلی گفته می‌شود که فرض بر این دارد که واریانس خطاها یک تابع از اندازه خطاها در دوره‌های زمانی قبل است. معمولاً واریانس مرتبط با مربع خطاها و مرتبط با خطاها در زمان قبلی است. چنین مدلی معمولاً ARCH<sup>۱</sup> نامیده می‌شود (۱۲). البته علامت‌های اختصاری دیگری هم برای مدل‌های بر همین پایه به کار برده می‌شود. مدل‌های ARCH معمولاً برای سری‌های زمانی مالی به کار برده می‌شود که دسته‌بندی‌های نوسانی بر پایه زمان (که دوره‌های با نوسان با دوره‌های بدون نوسان همراه می‌شوند) را نشان می‌دهند. راب انگل (۱۹۸۲) جایزه نوبل را با نوشتن مقاله‌ای درباره مدل‌های خودبازگشت با واریانس شرطی (ARCH) در مورد توسعه روش‌های

1- Autoregressive Conditionally Heteroscedastic (ARCH)

لائوکس و همکاران (۲۰۱۱) با استفاده از مدل غیرخطی سری زمانی ARMA-GARCH با ارزیابی بر روی داده‌های ایستگاه‌های منتخب در منطقه آلب آلمان، شبیه‌سازی بارش باران تصادفی را انجام دادند. آن‌ها با تمرکز روی داده‌های مشاهداتی و مدل‌سازی شده بارش، این مدل را برای پالایش محلی در جهت اصلاح داده‌ها به‌کار گرفتند. خلیلی و همکاران (۲۰۱۲) نیز با استفاده از الگوهای ترکیبی BL-ARCH دبی روزانه رودخانه شهرچای ارومیه را به مدت ۱۱ سال پیش‌بینی و مدل‌سازی کردند. از مرور منابع چنین به نظر می‌رسد که در مورد مدل‌های گامای خودهمبسته و تلفیقی مطالعات زیادی در منابع آب صورت نگرفته است. هدف از این پژوهش، معرفی مدل GAR در مدل‌سازی‌های هیدرولوژیکی و همچنین ارزیابی کاربرد مدل‌های تلفیقی AR-ARCH، GAR-ARCH و مدل مرسوم AR در مدل‌سازی دبی جریان جهت افزایش دقت مدل‌سازی هیدرولوژیکی می‌باشد.

### مواد و روش‌ها

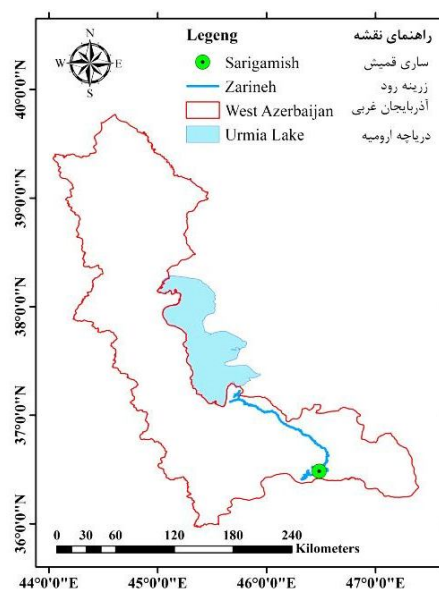
**منطقه مورد مطالعه:** رودخانه زرینه‌رود واقع در جنوب‌شرقی استان آذربایجان‌غربی واقع شده است. این رودخانه با طول ۲۳۰ کیلومتر طولانی‌ترین رود استان است که طول شهرستان شاهین دژ و میاندوآب را می‌پیماید و سرانجام به دریاچه ارومیه می‌ریزد. سرچشمه این رود از کوه‌های چهل‌چشمه در شهرستان سقز استان کردستان است. شکل ۱، موقعیت منطقه مورد مطالعه در سطح استان و جدول ۱، مشخصات آماری داده‌ها را نشان می‌دهد.

جدید و بهتر برای مدل‌سازی و پیش‌بینی متغیر تصادفی متناسب با زمان و نوسانات بازارهای مالی دریافت کرد. بیش‌ترین تأثیر این نوع مدل‌ها به انگل (۱۹۹۵) برمی‌گردد. مطالعات زیادی در مورد مدل‌های ARCH بعد از انگل (۱۹۹۵) انجام گردید که به‌عنوان مثال می‌توان به پژوهش‌های اندرسون و بولرسلیو (۱۹۹۸)، اندرسون و همکاران (۲۰۰۶)، باوسنز و همکاران (۲۰۰۶)، بیرا و هایگینس (۱۹۹۳)، بولرسلیو و همکاران (۱۹۹۲)، بولرسلیو و همکاران (۱۹۹۴)، دگیاناکیز و زیکالاکی (۲۰۰۴)، دایبولد و لویز (۱۹۹۵)، انگل و پتون (۲۰۰۱)، پیگن (۱۹۹۶)، پالم (۱۹۹۶) و شپرد (۱۹۹۶) در مدل‌سازی پارامترهای مختلف اشاره کرد که تمام آن‌ها دقت مدل مذکور را تأیید کردند. استفاده از مدل‌های واریانس شرطی، تغییرات جدیدی در ساختار تجربی علم اقتصاد ایجاد کرد. وانگ و همکاران (۲۰۰۵) از ترکیب مدل ARMA و مدل GARCH برای برازش واریانس و میانگین روزانه جریان رودخانه زرد در چین استفاده کردند. نتایج مطالعه ایشان نشان داد که مدل ARMA-GARCH نتایج سودمندی در مدل‌سازی سری روزانه جریان رودخانه ارائه می‌کند. کایادو (۲۰۰۷) عملکرد مدل‌های یک پارامتری سری‌های زمانی را در پیش‌بینی میزان آب مصرفی در مقیاس‌های روزانه و هفتگی اسپانیا از سال ۲۰۰۱ الی ۲۰۰۶ مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مدل‌های ARMA و GARCH را بر روی سری داده‌های مشاهداتی برازش داده و کارایی این مدل‌ها مورد ارزیابی و تأیید قرار گرفت. در ضمن جهت بهبود نتایج پیش‌بینی پیشنهاد شده که از مدل‌های ترکیبی استفاده گردد.

جدول ۱- مشخصات آماری سری زمانی دبی متوسط سالانه رودخانه زرینه‌رود.

Table 1. Statistical properties of mean annual discharge of Zarineh-Rood River.

ایستگاه	مشخصات جغرافیایی	دوره آماری (سال)	متوسط دبی سالانه (مترمکعب بر ثانیه)
Station	Geographic Properties	Time Period (Year)	Mean Annual Discharge (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )
ساری قمیش Sari Gamish	طول	2011-1955	49.664
	عرض		
	longitude		
	latitude		
	36 29		
	46 29		



شکل ۱- موقعیت منطقه مورد مطالعه در ایران و آذربایجان غربی.

Figure 1. Location of Case Study in Iran and West Azerbaijan.

آزمون ویلکاکسون<sup>۱</sup>: زمانی که در یک پژوهش هدف مقایسه یک متغیر در دو وضعیت متفاوت باشد و در صورت عدم برقراری فرض نرمال بودن نمونه می‌توان از آزمون ناپارامتری ویلکاکسون برای مقایسه دو گروه وابسته استفاده نمود. این آزمون با در نظر گرفتن اختلاف مثبت و منفی بودن تفاوت داده‌ها اقدام به برآورد همگنی داده‌ها می‌کند (۳۷).

$$Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad (1)$$

جهت بررسی روند داده‌های سری زمانی دبی متوسط سالانه رودخانه زرینه‌رود از روش من-کندال و در صورت وجود روند، از روش تفاضل‌گیری استفاده شد. در این روش داده‌ها به ترتیب نزولی مرتب و هر داده از داده ماقبل خود کسر می‌شود و روند داده‌های سری زمانی مورد بررسی از بین می‌رود. قبل مدل‌سازی لازم است آزمون استقلال و همگنی داده‌ها مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور از آزمون‌های والد-ولفوییتس (ران-تست) برای بررسی استقلال و از روش ویلکاکسون برای بررسی همگنی داده‌های مورد مطالعه استفاده شده است.

1- Wilcoxon

تبعیت می‌کند که هر رخدادی در زمان  $t$  با زمان‌های قبل و بعد از خود مرتبط باشد. از دیگر مدل‌های سری زمانی می‌توان به مدل‌های  $(ARMA)^2$  و  $(ARIMA)^3$  اشاره نمود (۲۶). با در نظر گرفتن سری زمانی نرمال و استاندارد  $Z_t$  مدل میانگین متحرک خودهمبسته  $ARMA(p,q)$  در نظر گرفته شد:

$$Z_t = \sum_{i=1}^p (\varphi_i \cdot Z_{t-i}) - \sum_{j=1}^q (\theta_j \varepsilon_{t-j}) + \varepsilon_t \quad (4)$$

که در آن،  $p$  مرتبه مدل  $AR$ ،  $q$  مرتبه مدل  $MA$ ،  $\varphi_i$  و  $\theta_j$  ضرایب مدل و  $\varepsilon_t$  سری تصادفی و نرمال مدل با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_\varepsilon^2$  می‌باشد (۳۲). ضرایب تابع خودهمبستگی با تأخیر  $k$  و رسته مدل به ترتیب با استفاده از رابطه‌های ۵ و ۶ محاسبه می‌گردند.

$$P_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X}_t)(X_{t+k} - \bar{X}_{t+k})}{[\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X}_t)^2 \sum_{t=1}^{n-k} (X_{t+k} - \bar{X}_{t+k})^2]^{0.5}} \quad (5)$$

$K = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

که در آن،  $X_t$  داده‌های مشاهداتی،  $\bar{X}_t$  میانگین داده‌های مشاهداتی،  $X_{t+k}$  داده مشاهداتی با تأخیر  $t+k$  و  $\bar{X}_{t+k}$  نیز میانگین داده‌های با تأخیر  $t+k$  است (۳۲).

$$\varphi_k(K) = \frac{P_k - \sum_{j=1}^{k-1} \varphi_j(K-1) \cdot P_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \varphi_j(K-1) \cdot P_j} \quad (6)$$

$j = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, K$

که در آن،  $p_k$  ضریب خودهمبستگی با تأخیر  $k$  است. مدل برتر با استفاده از معیار آکاییکه کم‌تر از بین مدل‌های خانواده آرما انتخاب می‌گردد. آماره معیار آکاییکه به شرح رابطه ۷ است:

که در آن،  $n$  حجم نمونه مورد استفاده و  $T$  مجموع رتبه‌های داده‌هایی است که افزایش تفاوت (کاهش تفاوت) داشته‌اند. آماره حاصل با توجه به یک‌طرفه یا دوطرفه بودن فرض مقابل مورد بررسی قرار می‌گیرد. در صورتی که حجم نمونه‌ها کوچک باشد این آماره با مقدار حاصل از جدول ویلکاکسون مقایسه می‌شود و در صورت بزرگ بودن حجم نمونه از توزیع نرمال برای رد یا پذیرش فرض صفر استفاده می‌شود (۱۷).  
آزمون ران تست: آزمون تصادفی بودن داده‌ها، آزمون ران تست می‌باشد که یک آزمون آماری غیرپارامتری است و ابتدا توسط آبراهم والد و جاکوب ولفوویتس پیشنهاد گردید که در اصل برای تصادفی بودن داده‌ها استفاده می‌شود (۱۷).

$$R = r_a + r_b \quad (2)$$

$$Z = \frac{R - \left( \frac{2n_a n_b}{n_a n_b} + 1 \right)}{\sqrt{\frac{2n_a n_b (2n_a n_b - n_a - n_b)}{(n_a + n_b)^2 (n_a + n_b - 1)}}} \quad (3)$$

که در آن‌ها،  $n_a$  داده‌های کم‌تر از شاخص مرکزی میانه،  $n_b$  داده‌های بیش‌تر از شاخص مرکزی،  $\Gamma_a$  و  $\Gamma_b$  به ترتیب تعداد دنباله داده‌های کم‌تر و بیش‌تر از شاخص مرکزی هستند. مقدار این عبارت در سطح معنی‌دار ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد بررسی می‌شود (۲۵).

**مدل‌های ARMA:** سری زمانی اولین بار در هیدرولوژی از اوایل دهه ۱۹۶۰ توسط توماس، فیرینگ و یوجویچ آغاز گردید و در دهه ۱۹۷۰ توسط باکس و جنکین توسعه یافت (۳۴). ساده‌ترین نوع مدل‌های سری زمانی از نوع خودهمبسته  $(AR)^1$  می‌باشند که بر اساس زنجیره مارکوف بنا نهاده شده‌اند. یک سری زمانی وقتی از زنجیره مارکوف

2- Auto Regressive Moving Average

3- Auto Regressive Integrated Moving Average

1- Auto Regressive

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t \quad \text{و} \quad \sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^m b_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (10)$$

که در آن،  $\sigma_t^2$  واریانس شرطی،  $\varepsilon_t$  عبارت خطا یا باقی‌مانده مدل با میانگین صفر و واریانس یک است،  $a_0 \geq 0, b_i \geq 0$  پارامترهای مدل،  $m$  برابر با مرتبه مدل و  $Z_t$  سری زمانی پارامتر موردنظر است (۷، ۱۲). ساختار مدل ARCH برای درک بهتر مدل، ساختار مدل ARCH(1) در نظر گرفته شد.

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad \text{و} \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 \quad (11)$$

که در آن،  $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0$  است. اول از هر چیز میانگین شرطی  $a_t$  را باید صفر در نظر گرفت. زیرا:

$$E(a_t) = E[E(a_t | F_{t-1})] = E[\sigma_t E(\varepsilon_t)] \quad (12)$$

سپس واریانس شرطی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} Var(a_t) &= E(a_t^2) = E[E(a_t^2 | F_{t-1})] \\ &= E[\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2] = \alpha_0 + \alpha_1 E(a_{t-1}^2) \end{aligned} \quad (13)$$

از آنجا که  $a_t$  با توجه به  $E(a_t) = 0$  فرآیند  $Var(a_t) = E(a_{t-1}^2) = E(a_{t-2}^2)$  یک فرآیند ایستا و ثابت است، بنابراین خواهیم داشت:

$$Var(a_t) = \alpha_0 + \alpha_1 Var(a_t) \quad (14)$$

$$Var(a_t) = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_0)} \quad (15)$$

از آنجا که واریانس  $a_t$  باید مثبت باشد، در نتیجه محدوده  $a_1$  باید بین ۰ و ۱ باشد. در برخی از برنامه‌های کاربردی، مقادیر بالاتر از  $(a_t)$  نیز باید وجود داشته باشد و از این‌رو،  $\alpha_1$  باید برخی از گشتاورهای اضافی را تأمین کند. به‌عنوان مثال، در

$$\begin{aligned} AICC &= -2 \ln L \left( \varnothing_p, \theta_q, \frac{S(\varnothing_p, \theta_q)}{n} \right) \\ &+ \frac{2(p+q+1)n}{n-p-q-2} \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن،  $\varnothing_p$  و  $\theta_q$  ضرایب مدل و  $p$  و  $q$  نیز رسته مدل می‌باشند. آزمون نکویی برازش مدل نشان می‌دهد مدل انتخابی با چه سطح معنی‌داری جوابگوست و به روش‌های مختلفی نظیر آزمون پورت مانتو، آزمون کای مربع، روش ضرایب فراوانی، روش گرافیک و روش حداقل مربعات قابل برازش است (۳۱، ۲۰).

۱- مجذور متوسط مربعات خطا:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (O_i - P_i)^2}{n-1}} \quad (8)$$

۲- ضریب تبیین:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (P_i - O_i)^2}{\sum (O_i - \bar{O}_i)^2} \quad (9)$$

که در آن‌ها،  $O_i$  داده‌های واقعی یا مشاهده‌ای و  $P_i$  داده‌های پیش‌بینی و  $\bar{O}_i$  میانگین داده‌ها هستند (۳۱).

**مدل‌های ARCH:** مدل‌های ARCH اولین مدلی است که یک چارچوب نظام‌مند را برای مدل‌سازی نوسانات فراهم می‌کند که این مدل توسط انگل (۱۹۸۲) معرفی گردید. ایده اصلی مدل‌های ARCH به دو صورت است که (الف) میانگین اصلاح‌شده بازگشت سرمایه مجزا اما وابسته است و (ب) مدل وابسته است و می‌تواند توسط یک تابع ساده درجه دوم از مقادیر قبل از آن شرح داده شود. به‌طور خلاصه، مدل ARCH به‌صورت زیر فرض می‌شود:

1- Coefficient of determination

گاما استفاده می‌شود و داده‌ها باید از توزیع گاما پیروی کنند. به همین دلیل در این مدل‌ها نیاز به نرمال کردن داده‌ها نیست. این مدل‌ها به صورت زیر بیان می‌شوند (۲۲، ۲۳):

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (21)$$

که در آن،  $X_t$  پارامتر گاما در زمان  $t$ ،  $\phi$  برابر با ضریب خودهمبستگی و  $\varepsilon_t$  نیز سری زمانی باقی‌مانده مدل است. در واقع  $X_t$  تابع سه پارامتر توزیع گاما با چگالی نهایی است که به شرح زیر بسط داده می‌شود:

$$f_x(x) = \frac{\alpha^\beta (x - \lambda)^{\beta-1} \exp[-\alpha(x - \lambda)]}{\Gamma(\beta)} \quad (22)$$

که در آن،  $\alpha$ ،  $\lambda$  و  $\beta$  به ترتیب پارامتر مکان، مقیاس و شکل می‌باشند. لاورنس (۱۹۸۱) بیان کرد که سری باقی‌مانده مدل با استفاده از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\varepsilon = \lambda(1 - \phi) + \eta$$

$$\text{that } \begin{cases} \eta = 0 & \text{if } M = 0 \\ \eta = \sum_{j=1}^M Y_j \phi^{U_j} & \text{if } M > 0 \end{cases} \quad (23)$$

که در آن،  $M$  برابر با عدد صحیح توزیع شده توسط توزیع پویسون با میانگین  $-\beta \ln(\phi)$ ،  $U_j, j=1, 2, \dots$  برابر با توزیع مستقل و یکسان متغیرهای تصادفی با توزیع یکنواخت (۰ و ۱) و  $Y_j, j=1, 2, \dots$  متغیر تصادفی برازش داده شده با توزیع نمایی با میانگین  $(\frac{1}{\alpha})$ . مدل ایستای  $GAR(1)$  دارای چهار پارامتر  $\{\phi, \lambda, \alpha, \beta\}$  است. رابطه بین پارامترهای مدل و گشتاورهای جمعیت رابطه زمینه‌ای  $X_t$  به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\mu = \lambda + \frac{\beta}{\alpha} \quad (24)$$

$$\sigma^2 = \frac{\beta}{\alpha^2} \quad (25)$$

مطالعه رفتار دنباله‌ها، نیاز است که گشتاور چهارم ( $a_t$ ) نیز محدود شود. فرض نرمال بودن  $\varepsilon_t$  در معادله زیر خواهیم داشت:

$$E(a_t^4 | F_{t-1}) = 3[E(a_t^2 | F_{t-1})]^2 = 3(\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2)^2 \quad (16)$$

بنابراین:

$$E(a_t^4) = E[E(a_t^4 | F_{t-1})] = 3E(\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2)^2 = 3E(\alpha_0^2 + 2\alpha_0 \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_1^2 a_{t-1}^4) \quad (17)$$

اگر  $\alpha_t$  به عنوان ثابت چهارم در نظر گرفته شود و  $m_4 = E(a_t^4)$  در این صورت:

$$m_4 = 3E(\alpha_0^2 + 2\alpha_0 \alpha_1 Var(a_t) + \alpha_1^2 m_4) = 3\alpha_0^2 \left(1 + 2\frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}\right) + 3\alpha_1^2 m_4 \quad (18)$$

$$m_4 = \frac{3\alpha_0^2(1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)} \quad (19)$$

جهت برازش و تلفیق دو مدل ARMA و ARCH، ابتدا داده‌های موردنظر با استفاده از مدل‌های خانواده ARMA برازش داده خواهد شد. با استفاده از پارامترهای مدل ARMA و رابطه کلی مدل‌های این خانواده، سری زمانی باقی‌مانده مدل با استفاده از رابطه ۲۰ استخراج می‌گردد.

$$\varepsilon_t = Z_t - \left[ \sum_{i=1}^p (\phi_i Z_{t-i}) - \sum_{j=1}^q (\theta_j \varepsilon_{t-j}) \right] \quad (20)$$

مدل  $GAR^1(1)$ : مدل خود همبسته گاما (GAR) تقریباً شبیه به مدل خودهمبسته AR است با این تفاوت که در این مدل به جای توزیع نرمال از توزیع

که در آن،  $g$  برابر با ضریب چولگی نمونه و پارامترهای  $A$ ،  $B$  و  $L$  به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$A = 1 + \frac{6.51}{N} + \frac{20.2}{N^2} \quad (۳۳)$$

$$B = \frac{1.48}{N} + \frac{6.77}{N^2} \quad (۳۴)$$

$$A = \frac{N-2}{\sqrt{N-1}} \quad (۳۵)$$

جهت تولید سری مصنوعی توسط مدل  $GAR(1)$ ، رابطه ۲۱ و رابطه ۲۳ مورد استفاده قرار می‌گیرد. در نهایت سری زمانی باقی‌مانده مدل‌های  $GAR$  و  $AR$  استخراج شده و با استفاده از مدل‌های غیرخطی برازش داده می‌شود. سپس با به‌کارگیری رابطه ۱۰ و پارامترهای مدل  $ARCH$ ، سری جدید باقی‌مانده مدل حاصل خواهد شد و با ترکیب دو مدل  $AR(1)$  و  $GAR(1)$ ، مدل ترکیبی  $AR-ARCH$  و  $GAR-ARCH$  جهت مدل‌سازی دبی جریان رودخانه زرینه‌رود حاصل می‌گردد.

### نتایج و بحث

سری زمانی ۵۶ ساله دبی جریان متوسط سالانه رودخانه زرینه‌رود در دوره آماری ۱۳۳۵-۱۳۹۰ با استفاده از آزمون‌های اولیه مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج بررسی اولیه داده‌ها نشان داد که داده‌های مورد استفاده همگن و تصادفی بوده و روند تغییرات آن نیز در سطح اطمینان ۵ درصد قابل قبول است. نتایج بررسی اولیه داده‌ها به شرح جدول ۲ ارائه گردید. سری زمانی داده‌های دبی متوسط سالانه رودخانه زرینه‌رود نیز به شرح شکل ۲ ارائه شد.

$$\gamma = \frac{2}{\sqrt{\beta}} \quad (۲۶)$$

$$\rho_1 = \phi \quad (۲۷)$$

که در آن،  $\mu$ ،  $\sigma^2$ ،  $\gamma$  و  $\rho_1$  به ترتیب برابر با میانگین، واریانس، ضریب چولگی و ضریب خودهمبستگی با تأخیر یک می‌باشد. برآورد پارامترهای مدل  $GAR(1)$  بر اساس نتایج کندال (۱۹۶۳)، ویلیز و اکانل (۱۹۷۲) و ماتالاس (۱۹۶۶) و بر اساس آزمایش‌های گسترده فرناندز و سالاس (۱۹۹۰) استوار است. گشتاور نمونه جهت اطمینان از برآورد پارامتر غیرمرتبط اصلاح می‌شود:

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 \frac{N-1}{N-K} \quad (۲۸)$$

$$\rho_1 = \frac{r_1 N + 1}{N - 4} \quad (۲۹)$$

$$K = \frac{N(1 - \hat{\rho}_1^2) - 2\hat{\rho}_1(1 - \hat{\rho}_1^N)}{N(1 - \hat{\rho}_1)^2} \quad (۳۰)$$

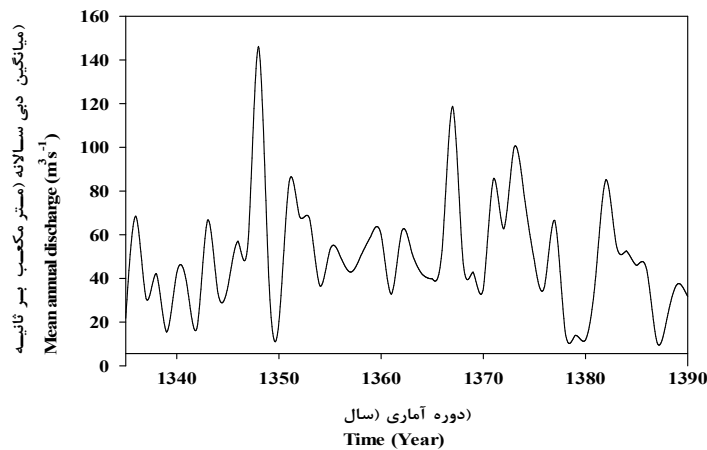
که در آن،  $r_1$  ضریب خودهمبستگی نمونه با تأخیر ۱ و  $S^2$  برابر با واریانس نمونه است. به علاوه:

$$\hat{\gamma} = \frac{\hat{\gamma}_0}{1 - 3.12\hat{\rho}_1^{3.7}N^{-0.49}} \quad (۳۱)$$

که در آن،  $\hat{\gamma}_0$  برابر با ضریب چولگی است که توسط بابی و رابیتایلی پیشنهاد گردید:

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{L \cdot g}{\sqrt{N}} \left[ A + B \frac{L^2 g^2}{N} \right] \quad (۳۲)$$





شکل ۲- نمودار داده‌های اولیه متوسط سالانه دبی جریان رودخانه زرینه‌رود در دوره آماری.

Figure 2. First data of mean annual time series of Zarineh-rood discharge in time period.

جدول ۲- نتایج اولیه بررسی سری زمانی بدون روند.

Table 2. The initial results of time series without trend.

نتیجه آزمون Results	آماره احتمال p-value	آماره آزمون Statistics Value	آزمون Test
تصادفی بودن داده‌ها Randomness data	0.146	1.430	تصادفی بودن داده‌ها Randomness
بدون روند Without Trend	0.804	0.247	روند داده‌ها Trend
همگن بودن داده‌ها Homogenous data	0.763	0.172	همگنی داده‌ها Homogenous

بعد از بررسی و تأیید آزمون‌های اولیه داده‌ها، نتایج نشان داد که داده‌های مورد استفاده با استفاده از مدل‌های خطی سری زمانی خانواده آرما مورد برآزش قرار گرفتند. با توجه به معیار آکاییکه کم‌تر، مدل

بعد از بررسی و تأیید آزمون‌های اولیه داده‌ها، نتایج نشان داد که داده‌های مورد استفاده با استفاده از مدل‌های خطی سری زمانی خانواده آرما مورد برآزش قرار گرفتند. با توجه به معیار آکاییکه کم‌تر، مدل

جدول ۳- پارامترهای مدل آرما.

Table 3. ARMA model's Parameters.

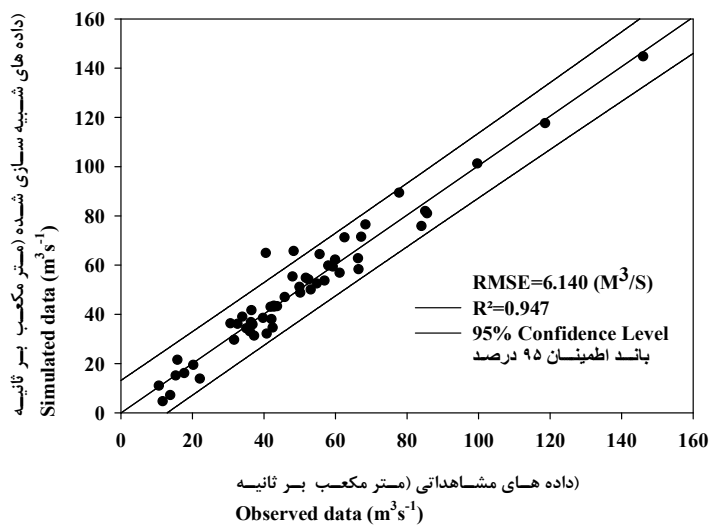
آکاییکه AICC	$(\theta_3)$	$(\theta_2)$	$(\theta_1)$	$(\phi_3)$	$(\phi_2)$	$(\phi_1)$	مدل Model
53.65				-0.043	0.070	-0.023	ARMA(3,0)
49.24						-0.028	ARMA(1,0)
51.31					0.071	-0.026	ARMA(2,0)
53.60			-0.607		0.053	-0.629	ARMA(2,1)
53.61		-0.053	-0.624			-0.650	ARMA(1,2)
56.12	0.087	-0.086	0.579			0.554	ARMA(1,3)

$$\varepsilon_t = Z_t - (0.245 * Z_{t-1}) \quad (36)$$

$$\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 0.9625443 - 1.91 \times 10^{-8} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (37)$$

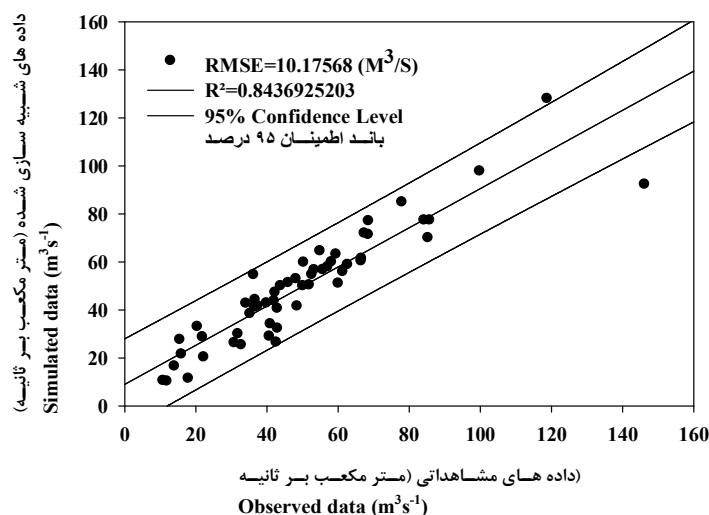
نتایج حاصل از بررسی دقت دو مدل AR(1) و ARCH به صورت شکل‌های ۳ و ۴ ارائه گردید.

با استفاده از رابطه حاصل شده توسط پارامترهای مدل آرما، سری باقی‌مانده مدل به صورت رابطه ۳۶ استخراج گردید. بعد از استخراج سری باقی‌مانده مدل، سری زمانی مذکور با استفاده از مدل‌های ARCH برازش یافت و ضرایب مدل استخراج گردید. همچنین رابطه ۳۷ جهت محاسبه واریانس شرطی حاصل شد.



شکل ۳- نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل تلفیقی AR-ARCH.

Figure 3. The results of evaluation and validation of AR-ARCH model.

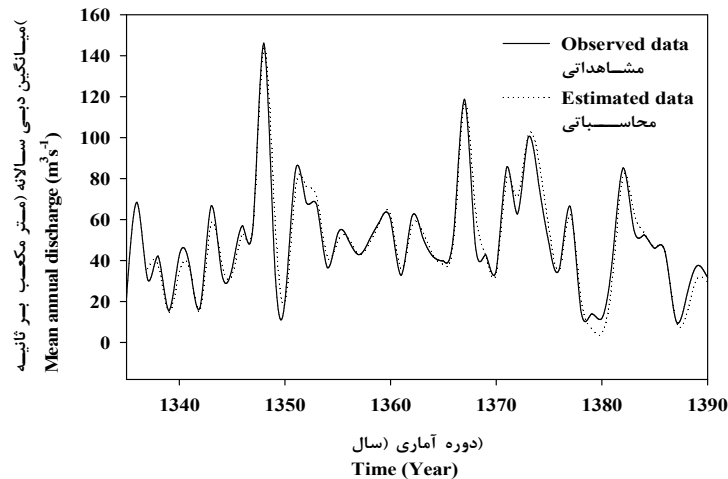


شکل ۴- نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل AR(1).

Figure 4. The results of evaluation and validation of AR(1) model.

مدل‌های خطی افزایش داشته و میزان خطای مدل کاهش می‌یابد. نتایج مدل‌سازی مدل تلفیقی به شرح شکل ۵ ارائه گردید.

نتایج آماره‌های  $R^2$  و RMSE هر دو مدل نشان از دقت قابل قبول مدل تلفیقی نسبت به مدل AR(1) است. نتایج نشان داد که با ترکیب دو مدل خطی و غیرخطی و ارائه مدل تلفیقی AR-ARCH، دقت



شکل ۵- نتایج مدل‌سازی داده‌های ذکر شده با استفاده از مدل AR-ARCH.

Figure 5. Results of modeling the mentioned data with AR-ARCH model.

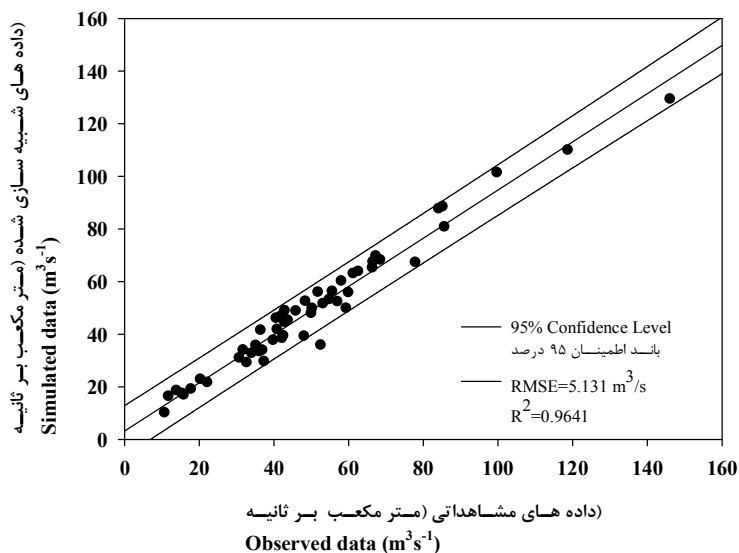
$$\sigma_t^2 = 0.892861 - 2.35 \times 10^{-8} \varepsilon_{t-i}^2 \quad (38)$$

نتایج حاصل از بررسی دقت دو مدل GAR(1) و GAR-ARCH به صورت شکل‌های ۶ و ۷ ارائه گردید. نتایج آماره‌های  $R^2$  و RMSE در این دو مدل نیز همانند دو مدل AR(1) و AR-ARCH نشان از دقت قابل قبول مدل تلفیقی نسبت به مدل GAR(1) است. همچنین جهت بررسی دقیق‌تر دقت مدل‌های مورد استفاده از داده‌های ۱۵ سال انتهای دوره آماری استفاده گردید. در این مرحله ۱۵ داده (۱۵ سال) از انتهای دوره آماری حذف و مراحل پیش‌بینی با ۴۰ سال داده آغاز گردید. در نهایت با استفاده از مدل‌های منتخب و داده‌های ۴۰ سال دوره آماری، دبی سالانه منطقه مورد مطالعه به مدت ۱۵ سال پیش‌بینی و نتایج به شرح جدول ۴ ارائه گردید. نتایج نشان داد که با ترکیب دو مدل خطی و غیرخطی و ارائه مدل تلفیقی

همان‌طور که از شکل ۵ مشاهده می‌شود، داده‌های مدل‌سازی شده متوسط دبی سالانه رودخانه زربینه رود (مترمکعب بر ثانیه) اختلاف زیادی با داده‌های مشاهداتی نداشته و مدل به خوبی داده‌های مورد مطالعه را مدل‌سازی کرده است. بعد از بررسی مدل‌های AR(1) و AR-ARCH، دو مدل GAR(1) و GAR-ARCH نیز مورد بررسی قرار گرفت. در این راستا ابتدا توسط مدل GAR(1) داده‌های مورد استفاده برآزش یافت و سپس با استفاده از سری زمانی باقی‌مانده مدل مذکور، مدل تلفیقی GAR-ARCH تولید گردید. در نهایت هر چهار مدل مورد استفاده مورد ارزیابی و صحت‌سنجی قرار گرفت. بعد از استخراج سری زمانی باقی‌مانده مدل GAR(1)، رابطه زیر جهت محاسبه واریانس شرطی این داده‌ها حاصل گردید.

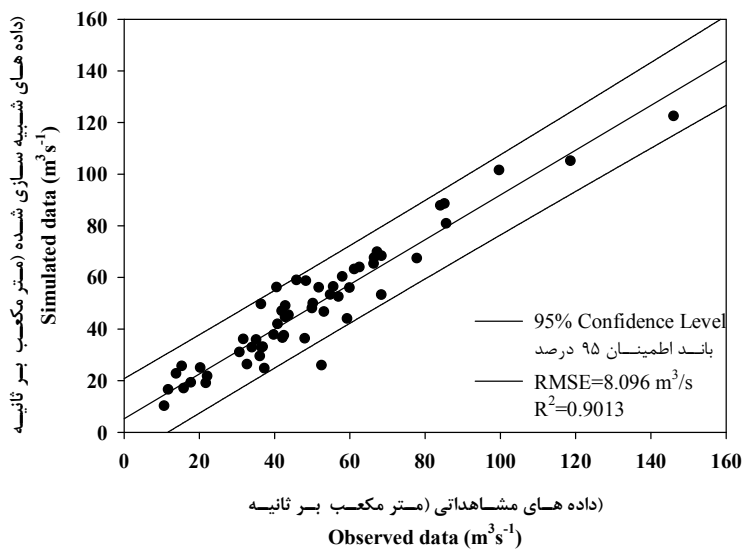
نتایج نشان داد که تلفیق این دو مدل دقت مدل‌سازی را بیش‌تر از دو مدل AR و ARCH بهبود می‌بخشد.

GAR-ARCH، دقت مدل‌های خطی افزایش داشته و میزان خطای مدل کاهش می‌یابد. نتایج مدل‌سازی مدل تلفیقی به شرح شکل ۸ ارائه گردید. همچنین



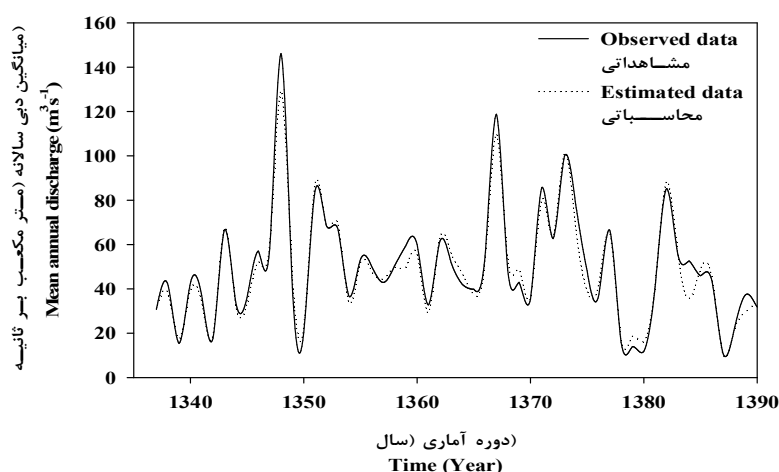
شکل ۶- نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل تلفیقی GAR-ARCH.

Figure 6. Results of evaluation and validation of GAR-ARCH model.



شکل ۷- نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل GAR(1).

Figure 7. Results of evaluation and validation of GAR(1) model.



شکل ۸- نتایج مدل‌سازی داده‌های ذکر شده با استفاده از مدل GAR-ARCH.  
 Figure 8. Results of modeling the mentioned data using GAR-ARCH model.

جدول ۴- بررسی دقت پیش‌بینی مدل‌های مورد بررسی.

Table 4. Evaluation the prediction accuracy of studied models.

مدل Model	RMSE	R-square
AR(1)	14.213	0.618
AR-ARCH	11.082	0.740
GAR(1)	10.481	0.782
GAR-ARCH	9.083	0.836

آذربایجان غربی، مدل‌های تلفیقی AR-ARCH و GAR-ARCH و همچنین دو مدل خطی سری زمانی AR(1) و GAR(1) مورد ارزیابی قرار گرفت. قبل از ارزیابی و مقایسه دو مدل مذکور، سری زمانی داده‌های مورد مطالعه با استفاده از آزمون‌های آماری، بررسی گردیدند و همگنی، استقلال و روند این داده‌ها مورد تأیید واقع شد. بررسی تبدیل‌های نرمال‌ساز نشان داد که داده‌های مورد استفاده با استفاده از تابع لگاریتم به شکل مناسبی نرمال می‌شوند. البته نرمال کردن داده‌های موجود فقط در مورد مدل‌های AR به کار می‌رود. بعد از مدل‌سازی دبی جریان با استفاده از مدل‌های AR و GAR، سری باقی‌مانده مدل مذکور استخراج و با مدل‌های توانی خانواده ARCH برازش یافت. با استفاده از مدل تلفیقی AR-ARCH،

همان‌طور که از شکل‌های ۵ و ۸ مشاهده می‌شود، هر دو مدل مورد بررسی نقاط بیشینه و کمینه دبی رودخانه زربینه‌رود را به خوبی مدل می‌کنند. نتایج بررسی دقت هر ۴ مدل نشان داد که مدل‌های تلفیقی نتایج بهتری نسبت به مدل‌های خطی رایج سری زمانی ارائه می‌کنند که این موضوع با نتایج پژوهش‌های وانگ و همکاران (۲۰۰۵)، کاپادو (۲۰۰۷) و لائوکس (۲۰۱۱) مطابقت دارد. همچنین خلیلی و همکاران (۲۰۱۲) در مورد مدل‌سازی دبی جریان رودخانه شهرچای، مدل تلفیقی خانواده ARCH را توصیه کردند.

### نتیجه‌گیری کلی

در این مطالعه با استفاده از داده‌های سری زمانی متوسط دبی سالانه رودخانه زربینه‌رود واقع در استان

GAR-ARCH نیز مورد بررسی قرار گرفت که نتایج نشان داد که مدل GAR-ARCH نسبت به مدل GAR از دقت بالاتری برخوردار است. همچنین نتایج دو مدل خطی سری زمانی AR و GAR نیز نشان داد که از بین دو مدل خطی سری زمانی، مدل GAR از دقت بالاتری برخوردار است. استفاده از توزیع گاما نسبت به توزیع نرمال در منطقه مورد باعث بهبود نتایج مدل‌سازی دبی در این منطقه شد. به‌طور کلی نتایج نشان داد که مدل‌های تلفیقی نسبت به مدل‌های خطی از دقت بالاتری برخوردار است و از بین ۴ مدل مورد بررسی، مدل تلفیقی GAR-ARCH از دقت بالاتری نسبت به سایر مدل‌ها برخوردار است. مدل تلفیقی GAR-ARCH و AR-ARCH به ترتیب دقت مدل‌سازی را به اندازه ۱۲ و ۱۱ درصد در واحد مترمکعب بر ثانیه افزایش و خطای مدل‌سازی را در حدود ۴۰ و ۵۰ درصد در واحد مترمکعب بر ثانیه کاهش می‌دهد.

سری زمانی دبی جریان رودخانه زرینه‌رود مدل‌سازی و با مدل‌های خانواده AR مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج نشان داد که مدل تلفیقی نسبت به مدل ساده آرما از دقت بالایی برخوردار است. با تلفیق دو مدل، مقدار خطای مدل کاهش یافته و دقت مدل نیز به‌طور چشمگیری افزایش داشته است. همچنین نتایج نشان داد که مدل تلفیقی، نقاط اوج را به خوبی مدل می‌کند. همچنین نتایج نشان داد که ترکیب مدل‌های خطی و غیرخطی سری زمانی می‌تواند مدل‌های مناسبی جهت مدل‌سازی پارامترهای هیدرولوژیکی باشند. با اضافه کردن مدل‌های غیرخطی به مدل‌های خطی سری زمانی می‌توان بخش تصادفی مدل‌های خطی را از بین برد و قطعیت مدل را افزایش داد. با ترکیب دو مدل مذکور، علاوه بر بالا بردن قطعیت مدل، می‌توان سری تصادفی متناسب با داده‌ها و از جنس داده‌ها تولید کرد که این کار باعث افزایش دقت و کاهش ریسک می‌شود. علاوه بر مدل‌های AR، نتایج حاصل از ارزیابی دو مدل GAR و

#### منابع

1. Andersen, T.G., and Bollerslev, T. 1998. ARCH and GARCH Models. P 168-205, In: S. Kotz, C.B. Read and D.L. Banks (Eds.), Encyclopedia of Statistical Sciences, Vol. II. New York: John Wiley and Sons.
2. Andersen, T.G., Bollerslev, T., Christoffersen, P., and Diebold, F.X. 2006. Volatility and Correlation Forecasting. P 777-878, In: C.W.J. Granger, G. Elliott and A. Timmermann (Eds.), Handbook of Economic Forecasting, Amsterdam: North-Holland.
3. Bauwens, L., Laurent, S., and Rombouts, J.V.K. 2006. Multivariate GARCH Models: A Survey. J. Appl. Econ. 21: 79-110.
4. Bera, A.K., and Higgins, M.L. 1993. ARCH Models: Properties, Estimation and Testing, J. Econ. Surveys. 7: 305-366.
5. Bollerslev, T., Chou, R.Y., and Kroner, K.F. 1992. ARCH Modeling in Finance: A Selective Review of the Theory and Empirical Evidence. J. Econ. 52: 5-59.
6. Bollerslev, T., Engle, R.F., and Nelson, D.B. 1994. ARCH Models. P 2959-3038, In: R.F. Engle and D. McFadden (Eds.), Handbook of Econometrics, Amsterdam: North-Holland.
7. Brooks, R.D., Faff, R.W., McKenzie, M., and Mitchell, H. 2000. A Multi-country study of power ARCH models and national stock market return. J. Inter. Mon. Fin. 19: 3. 377-397.
8. Caiado, J. 2007. Forecasting water consumption in Spain using univariate time series models. Munich Personal RePEc Archive, no: 6610.
9. Degiannakis, S., and Xekalaki, E. 2004. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH) Models: A Review. Quality Technology and Quantitative Management. 1: 271-324.

10. Diebold, F.X., and Lopez, J. 1995. Modeling Volatility Dynamics. P 427-472, In: K. Hoover (Ed.), *Macroeconometrics: Developments, Tensions and Prospects*. Boston: Kluwer Academic Press.
11. Dodangeh, S., Abedi Koupai, J., and Gohari, S.A. 2012. Application of Time Series Modeling to Investigate Future Climatic Parameters Trend for Water Resources Management Purposes. *J. Sci. Technol. Agric. Natur. Resour. Water and Soil Sci.* 16: 59-74. (In Persian)
12. Engle, R.F. 1982. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflations. *Econometrica*. 50: 987-1007.
13. Engle, R.F. 1995. *ARCH: Selected Readings*. Oxford, UK: Oxford University Press. 424p.
14. Engle, R.F., and Patton, A.J. 2001. What Good is a Volatility Model?. *Quantitative Finance*. 1: 237-245.
15. Fernandez, B., and Salas, J.D. 1990. Gamma-Autoregressive Models for Stream-Flow Simulation. *ASCE J. Hydr. Engin.* 116: 11. 1403-1414.
16. Kendall, M.G. 1963. *The advanced theory of statistics*, vol. 3, 2<sup>nd</sup> Ed., Charles Griffin and Co. Ltd., London, England.
17. Khalili, K., and Nazeri Throudi, M. 2014. Drought Forecasting Using Time Series Modeling: A Case Study of Bam Synoptic Station. *International Bulletin of Water Resources & Development*. 2: 1. 91-99. (In Persian)
18. Khalili, K., Fakherifard, A., Dinpashoh, Y., and Behmanesh, J. 2012. Introducing and Application of Combined BL-ARCH Model for Daily River flow Forecasting (Case study: Shahar-Chai River). *J. Water Soil*. 27: 2. 342-350. (In Persian)
19. Khalili, K., Nazeri Tahroudi, M., Ahmadi, F., and Nazeri Tahroudi, Z. 2012. Modeling the temperature using the periodic time series (Case study: Kerman synoptic station). *The first national conference on strategies for achieving sustainable development in agriculture, natural resources and environment ministry's disaster center*, Pp: 1-9. (In Persian)
20. Khalili, K., Nazeri Tahroudi, M., Abbaszadeh Afshar, M., and Nazeri Tahroudi, Z. 2014. Modeling Monthly Mean Air Temperature Using SAMS2007 (Case Study: Urmia synoptic station). *J. Mid. East Appl. Sci. Technol. (JMEAST)*. 15: 578-583.
21. Laux, P., Vogl, S., Qiu, W., Knoche, H.R., and Kunstmann, H. 2011. Copula-based statistical refinement of precipitation in RCM simulations over complex terrain *Hydrol. Earth System Science*. 15: 2401-2419.
22. Lawrance, A.J. 1982. The innovation distribution of a gamma distributed autoregressive process. *Scandinavian J. Statistics*. 9: 4. 234-236.
23. Lawrance, A.J., and Lewis, P.A.W. 1981. A New Autoregressive Time Series Model in Exponential Variables [NEAR(1)], *Adv. Appl. Prob.* 13: 4. 826-845.
24. Matalas, N.C. 1966. Time Series Analysis, *Water Resources Research*. 3: 4. 817-829.
25. Mendenhall, W., and Reinmuth, J. 1986. *Statistics for Management and Economics*, fifth Edition, Duxbury Press. 976p.
26. Nazeri Throudi, M., Ahmadi, F., Khalili, K., and Nazeri Throudi, Z. 2013a. Using SAMS2007 to modeling the future climate of Kordestan with predict the temperature and precipitation. *First National Conference on Hydrology of arid regions*. Kurdistan Regional Water Board and the Academic Center, Pp: 1-10. (In Persian)
27. Nazeri Tahroudi, M., Khalili, K., Abbaszadeh Afshar, M., and Nazeri Tahroudi, Z. 2013b. Modeling the mean monthly air temperature using the SAMS 2007 (Case study: Urmia synoptic station). *The first congress of environment, energy and bio-defense*, Pp: 1-12. (In Persian)
28. Nazeri Tahroudi, M., Khalili, K., Nazeri tahroudi, Z., and Shahnazi, M. 2013c. Evaluation the PARMA and PARIMA models in modeling and prediction the maximum wind speed. *National conference on applied research in science and engineering*. Islamic Azad University of Takestan, Pp: 1-8. (In Persian)
29. Pagan, A. 1996. The Econometrics of Financial Markets. *J. Emp. Fin.* 3: 15-102.

30. Palm, F. 1996. GARCH Models of Volatility. P 209-240, In: C.R. Rao and G.S. Maddala (Eds.), Handbook of Statistics, Amsterdam: North-Holland.
31. Safavi, H.R. 2009. Engineering hydrology. Arkan e Danesh publication, 706p. (In Persian)
32. Salas, J.D. 1993. Analysis and Modeling of Hydrological Time Series. P 19-72, In: D.R. Maidment (Ed.), Handbook of Hydrology, McGraw-Hill, New York.
33. Shephard, N. 1996. Statistical Aspects of ARCH and Stochastic Volatility Models. P 1-67, In: D.R. Cox, D.V. Hinkley and O.E. Barndorff-Nielsen (Eds.), Time Series Models in Econometrics, Finance and Other Fields, London: Chapman & Hall.
34. Thomas, H.A., and Fiering, M.B. 1962. Mathematical synthesis of stream flow sequences for the analysis of river basin by simulation. Harward University press, Cambridge, 751p.
35. Wallis, J.R., and O'Connell, P.E. 1972. Small sample estimation of  $p_1$ . Water Resources Research. 83: 707-712.
36. Wang, W., Van Gelder, P.H.A.J.M., and Vrijling, J.K. 2005. Testing and modeling autoregressive conditional heteroskedasticity of streamflow processes. Nonlin. Process. Geophys. 12: 55-66.
37. Wilcoxon, F. 1945. Individual comparison by ranking methods. Biometrics. 1: 6. 80-83.





Gorgan University of Agricultural  
Sciences and Natural Resources

*J. of Water and Soil Conservation, Vol. 23(6), 2017*  
<http://jwsc.gau.ac.ir>

## **Evaluation of the Combined AR-ARCH and GAR-ARCH Models in Modeling Rivers Flow Rate (Case study: Zarineh River in West Azerbaijan)**

**M. Abbaszadeh Afshar<sup>1</sup>, \*J. Behmanesh<sup>2</sup>, K. Khalili<sup>3</sup> and M. Nazeri Tahroudi<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>M.Sc. Graduate, Dept. of Water Engineering, Urmia University, <sup>2</sup>Associate Prof., Dept. of Water Engineering, Urmia University, <sup>3</sup>Assistant Prof., Dept. of Water Engineering, Urmia University,

<sup>4</sup>Ph.D. Student, Dept. of Science and Water Engineering, Birjand University

Received: 09/05/2015; Accepted: 02/05/2017

### **Abstract**

**Background and Objectives:** Many of processes related to water resources systems are non-linear over time. Although certain aspects of these systems may be closer than other aspects of the linear process. However, the nature of the non-linearity is not obvious for us. For this reason, it seems that by combining linear and nonlinear models the hydrological modeling results could be increased. Using time series models is one of the applied methods to simulate and predict the hydrological data. One of the main problems in using time series models to modeling and predicting the hydrologic data is a kind of generate random data series. In this process the generated data will be changed with changing random series. Applying the Linear time series models in hydrology started since 4 past decades and with Box-Genkins model were famous. Thomas and Firing are first persons that using the time series model to modeling the discharge flow data. After they, some studies were done in Iran and world. The aim goal of this study, introduce the GAR model in hydrology modeling and also evaluation the AR-ARCH and GAR-ARCH and traditional AR model to modeling the river flow discharge to increase the hydrological modeling accuracy.

**Materials and Methods:** In this study, firstly the time series of Zarineh-rood river flow discharge were evaluated with initial tests (Mann - Kendall, Run Test and Wilcoxon) in period of 1955-2011. Then using the AR, ARCH, GAR and GAR-ARCH to modeling the time series of Zarineh-rood mean annual flow discharge in Sari Gamish station.

**Results:** The results showed that the evaluated data in annual scale and in 5 percentage confidence level are without trend and the homogeneity and stationary of data were confirmed. Finally the data that were evaluated with the initial tests were investigated with the AR (Autoregressive) and GAR (Gamma Autoregressive) models and the AR(1) and GAR(1) models were selected as the best models with attention to the AICC test's results. After the comparing the mentioned (AR & GAR) models, extracted the residual time series of these models and were fitted by ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedastic) models. Then combined two autoregressive and gamma autoregressive models, two AR-ARCH and GAR-ARCH models were obtained. The results of modeling the discharge of Zarineh-rood river showed that with combined two GAR-ARCH and AR-ARCH models, the model validation accurate was increased 12 percentage and 11 percentage in scale of cubic meters per second respectively and the model errors were decreased about 40 and 50 percentages in scale of cubic meters per second respectively. The results of evaluation and comparing the accuracy and amount error of two AR (Autoregressive) and GAR (Gamma autoregressive) models showed that the GAR (Gamma autoregressive) model has better results in modeling the Zarineh-rood flow discharge data. The GAR model has a lower error and upper accuracy than AR model.

**Conclusion:** Also the results showed that the combined models have better results than traditional models in modeling the peak flow discharge of Zarineh-rood River in comparing the AR (Autoregressive) models. Using the nonlinear models and combine of these models with linear models greatly increases the modeling and forecasting results.

**Keywords:** Combined model, Gamma, Linear models, Nonlinear models

---

\* Corresponding Author; Email: [j.behmanesh@urmia.ac.ir](mailto:j.behmanesh@urmia.ac.ir)

