



دانشگاه گواران مشهد

نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک  
جلد بیست و دوم، شماره پنجم، ۱۳۹۴  
<http://jwsc.gau.ac.ir>

## کاربرد مدل شبکه عصبی - موجک برای پیش‌بینی ویژگی‌های غیرایستا و غیرخطی سری زمانی تراز آب زیرزمینی

\* طاهر رجایی<sup>۱</sup> و هادی ابراهیمی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه قم، دانشجوی دکتری گروه مهندسی عمران، دانشگاه قم

تاریخ دریافت: ۹۲/۵/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۹۳/۲/۲۰

### چکیده

**سابقه و هدف:** سفره‌های آب زیرزمینی غالباً به‌عنوان سیستم‌هایی با ویژگی‌های غیرایستا و غیرخطی شناخته می‌شوند. مدل‌سازی این سیستم‌ها و پیش‌بینی حالت‌های آینده آن‌ها نیازمند تشخیص این ویژگی‌های بنیادی است. اگرچه مدل‌های ریاضی و فیزیکی، ابزار اصلی برای بررسی این سیستم‌ها هستند، اما پیچیدگی این مدل‌ها و نبود اطلاعات مورد نیاز باعث محدودیت کاربرد آن‌ها شده است. استفاده از مدل شبکه عصبی و ترکیب آن با سایر روش‌ها برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی، در سال‌های اخیر مرسوم شده است. اخیراً آنالیز موجک نیز به‌دلیل توانایی آن در رمزگشایی ویژگی‌های اشاره‌شده، به‌طور گسترده‌ای در این زمینه مورد استفاده قرار گرفته است. هدف این پژوهش ارزیابی یک مدل جدید ترکیبی شبکه عصبی و موجک برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی می‌باشد.

**مواد و روش‌ها:** در این مقاله توانایی مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک (که از روش جمع زیرسری‌ها استفاده می‌کند) در پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی ارزیابی شده و این مدل با مدل‌های شبکه عصبی و رگرسیون خطی چندمتغیره مقایسه شده است. داده‌های استفاده شده برای ساخت مدل‌ها شامل تراز آب زیرزمینی ماهانه و بارندگی ماهانه دو پیژومتر واقع در دشت قم به مدت ۲۰ سال می‌باشد.

**یافته‌ها:** پیش‌بینی ۱۲ ماه آینده با مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک نشان داد که خطای این مدل در مقایسه با مدل شبکه عصبی به میزان ۳۰ و ۲۳ درصد و در مقایسه با مدل رگرسیون خطی چندمتغیره ۳۷ و ۵۱ درصد به ترتیب برای پیژومترهای ۱ و ۲ کم‌تر است. با توجه به نتایج بارندگی اثر قابل توجهی روی تغییرات تراز آب زیرزمینی دو پیژومتر مطالعاتی ندارد؛ گرچه در زیرسری‌های جزئیات حاصل از تجزیه موجکی، استفاده از بارندگی باعث بهبود نتایج شد.

**نتیجه‌گیری:** مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک نسبت به دو مدل دیگر بهتر می‌تواند خصوصیات غیرخطی و پیچیده تراز آب زیرزمینی پیژومترهای مطالعاتی را شبیه‌سازی کند. استفاده از سری زمانی بارندگی باعث بهبود نتایج مدل شبکه عصبی نشد که علت آن احتمالاً تأثیر ناچیز بارندگی روی تراز آب زیرزمینی دشت قم (که در عمق‌های پایین قرار دارد) می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** شبکه عصبی موجکی، سطح ایستابی، رگرسیون خطی چندمتغیره، دشت قم

\* مسئول مکاتبه: [taher\\_rajaei@yahoo.com](mailto:taher_rajaei@yahoo.com)

## مقدمه

آب‌های زیرزمینی از مهم‌ترین منابع تأمین آب در مناطق خشک و نیمه‌خشک هستند. مدل‌سازی و تخمین وضعیت آینده منابع آب زیرزمینی برای بهره‌برداری صحیح از این منابع دارای اهمیت می‌باشد. مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی تاکنون با ابزارهای مختلفی انجام شده است. اگرچه مدل‌های ریاضی و فیزیکی ابزار اصلی برای بررسی و شناخت فرآیندهای فیزیکی حاکم بر یک سیستم هستند، اما نبود اطلاعات و داده‌های مورد نیاز این مدل‌ها، آن‌ها را با محدودیت کاربرد روبرو کرده است. این مسأله باعث روی آوردن به مدل‌های هوشمند به‌عنوان جایگزین مدل‌های ریاضی و فیزیکی شده است (13). اخیراً استفاده از مدل شبکه عصبی برای مسایل هیدرولوژیکی (نظیر پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی) مرسوم شده است.

در این راستا محتشم و همکاران (2010) از شبکه عصبی برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی ۱۶ پیرومتر واقع در دشت بیرجند استفاده کردند. ورودی مدل شامل برداشت از چاه‌ها، آب ورودی به دشت و تراز آب زیرزمینی در گام قبل و خروجی مدل، تراز آب زیرزمینی در گام فعلی بود. با مقایسه تراز آب زیرزمینی مشاهده شده و مدل شده نتیجه گرفته شد که مدل شبکه عصبی می‌تواند با دقت مناسبی تراز آب زیرزمینی را تا ۱۲ ماه بعد پیش‌بینی نماید (6). نیک‌منش و رخشنده‌رو (2010) برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی آبخوان محدوده سعادت‌شهر فارس از شبکه عصبی با پنج ورودی دما، بارندگی، رواناب سطحی و ورودی، رواناب سطحی خروجی و هیدروگراف واحد آب زیرزمینی استفاده کردند و در نهایت پیش‌بینی دو ساله‌ای با مقایسه مقادیر مشاهداتی و محاسباتی انجام دادند (9). ماه‌گلی و همکاران (2011) برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی دشت

میداوود- دالون استان خوزستان از شبکه عصبی با هشت ورودی دبی، بارش، رطوبت نسبی، تبخیر، ماکزیمم دمای ماهانه، کمینه دمای ماهانه و سطح آب دو چاه مشاهده‌ای اطراف چاه مورد نظر استفاده کردند. آن‌ها نیز تراز آب مدل‌شده را با تراز آب مشاهده شده مقایسه کردند (5). در سه پژوهش فوق، نتایج مدل شبکه عصبی با نتایج مدل‌های مرسوم دیگر مقایسه نشده است.

شبکه‌های عصبی محدودیت‌هایی در زمینه کار با داده‌های غیرایستا<sup>۱</sup> (داده‌های با خصوصیات آماری متغیر در طول زمان) دارند (14). در علم هیدرولوژی داده‌ها معمولاً غیرایستا هستند (2). داده‌های غیرایستا ممکن است ترکیبی از چند داده ایستا باشند. با استفاده از تبدیل‌های موجک می‌توان سری‌های زمانی غیرایستا را به چند سری زمانی ایستا تجزیه نموده و از این سری‌های جدید به‌عنوان ورودی شبکه عصبی استفاده کرد و نتایج پیش‌بینی را بهبود داد.

پژوهش در مورد ترکیب آنالیز موجک با شبکه عصبی به سال‌های اخیر بر می‌گردد. نورانی و همکاران (2008) از مدل ترکیبی شبکه عصبی-موجک برای مدل‌سازی بارش-رواناب استفاده کردند. این مدل به‌صورت قابل ملاحظه‌ای بهتر از مدل شبکه عصبی بود و تجزیه داده‌های بارش و رواناب تا دو سطح با موجک<sup>۲</sup> هار<sup>۳</sup> بهترین نتیجه را داشت (11). رجایی (2011) مدل ترکیبی شبکه عصبی و موجک را برای پیش‌بینی بار رسوب معلق رودخانه به‌کار برد. به این صورت که سری زمانی دبی روزانه و سری زمانی بار معلق روزانه رودخانه یادکین<sup>۳</sup> واقع در ایالات متحده، توسط تبدیل‌های موجک با سطوح مختلف تجزیه، به چند زیرسری زمانی تجزیه شدند و

1- Nonstationary data  
2- Haar  
3- Yadkin river

### مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه و داده‌ها: مکان‌های مورد مطالعه دو حلقه چاه پیزومتری واقع در دشت قم می‌باشند که در فاصله دو کیلومتری از یکدیگر قرار دارند. دشت قم با مساحت ۹۴۰ کیلومترمربع بین عرض‌های جغرافیایی ۵۰ درجه و ۴۴ دقیقه تا ۵۱ درجه و ۳۴ دقیقه شمالی و طول‌های جغرافیایی ۳۴ درجه و ۹ دقیقه تا ۳۴ درجه و ۴۴ دقیقه شرقی قرار داشته و بخشی از محدوده مطالعاتی حوضه آبریز کویر مرکزی ایران است (8, 4). شکل ۱ موقعیت منطقه مورد مطالعه را نشان می‌دهد. کاهش رواناب ورودی به دشت قم و تخلیه بی‌رویه آبخوان این دشت از طریق پمپاژ، افت زیاد تراز آب زیرزمینی را در سال‌های گذشته به دنبال داشته است. هجوم آب شور دریاچه نمک از سمت شرق و آلودگی آبخوان با فاضلاب شهر قم از سمت غرب، کیفیت سفره‌های آب زیرزمینی این دشت را تنزل داده است.

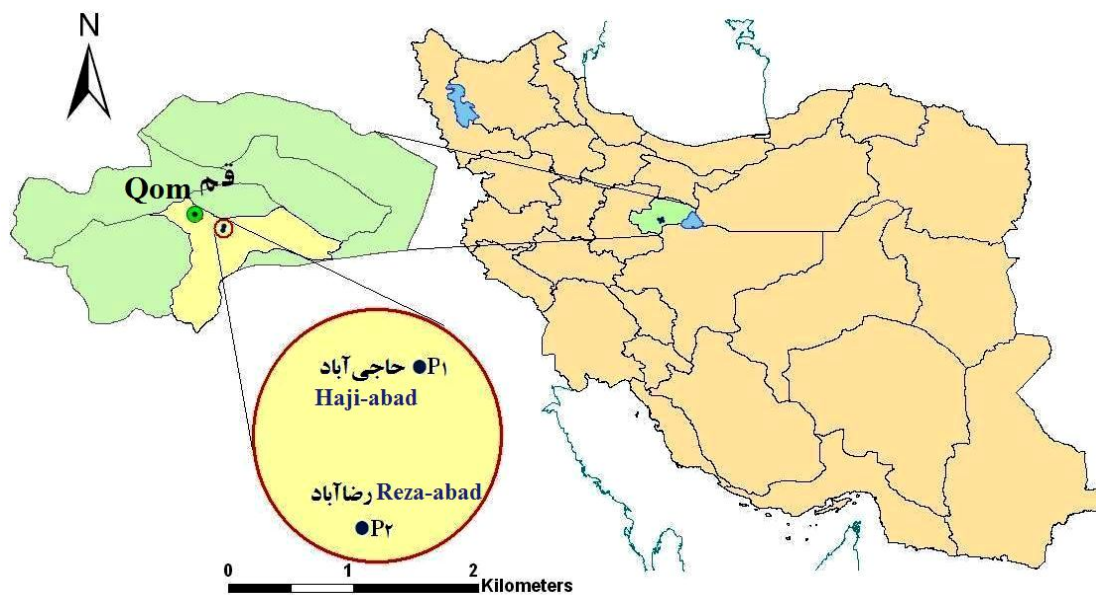
داده‌ها شامل اندازه‌گیری ماهانه تراز آب زیرزمینی این دو پیزومتر و مجموع بارندگی ماهانه ایستگاه سینوپتیک قم به مدت ۲۰ سال از فروردین ۱۳۷۲ تا اسفند ۱۳۹۱ می‌باشد. جدول ۱ مشخصات دو پیزومتر، شکل ۲ نمودار تغییرات تراز آب زیرزمینی آن‌ها و شکل ۳ نمودار بارندگی ماهانه ایستگاه سینوپتیک قم را در طول دوره آماری نشان می‌دهند. در این پژوهش داده‌های فروردین ۱۳۷۲ تا اسفند ۱۳۸۸ (۱۷ سال) برای آموزش، داده‌های فروردین ۱۳۸۹ تا اسفند ۱۳۹۰ (دو سال) برای اعتبارسنجی و داده‌های فروردین ۱۳۹۱ تا اسفند ۱۳۹۱ (یک سال) برای آزمون مدل‌های شبکه عصبی استفاده شده است.

این زیرسری‌ها برای شبیه‌سازی بار رسوب معلق، به شبکه عصبی اعمال شدند. برای بررسی صحت مدل، نتایج آن با مدل‌های شبکه عصبی، رگرسیون خطی چندمتغیره و منحنی سنجه رسوب مقایسه شد. مقایسه نشان از دقیق‌تر بودن مدل ترکیبی شبکه عصبی و موجک نسبت به مدل‌های دیگر بود (12).

نخعی و همکاران (2011) مدل شبکه عصبی موجکی را برای پیش‌بینی سطح آب در دشت قروه استفاده نمودند. با استفاده از تبدیل‌های موجک سری زمانی تراز آب زیرزمینی تجزیه شده و سپس به شبکه عصبی اعمال شد. خطای این مدل در مقایسه با مدل عددی Modflow کم‌تر بود (7). آداموفسکی و چان (2011) مدل شبکه عصبی موجکی را برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی دو سایت تحقیقی در ایالت کوبک کانادا به‌کار بردند. آن‌ها داده‌های بارش، دمای متوسط و تراز آب زیرزمینی متوسط ماهانه را با تبدیل موجک تجزیه نموده و به‌عنوان ورودی مدل شبکه عصبی استفاده کردند. مقایسه با مدل‌های شبکه عصبی و میانگین متحرک خودبازگشتی یکپارچه<sup>۱</sup> (ARIMA) بیانگر توانایی بالای این مدل در مقایسه با دو مدل دیگر بود (1).

هدف مقاله حاضر ارزیابی یک مدل ترکیبی شبکه عصبی و موجک برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی است. این مدل پس از تجزیه سری زمانی تراز آب زیرزمینی، زیرسری‌ها را هر یک جداگانه به همراه بارندگی به شبکه عصبی خودبازگشتی غیرخطی اعمال می‌کند. پس از آموزش شبکه و به‌دست آوردن بهترین نتیجه برای هر یک از زیرسری‌ها، با جمع زیرسری‌ها تراز آب زیرزمینی پیش‌بینی شده به‌دست می‌آید.

1- Autoregressive integrated moving average



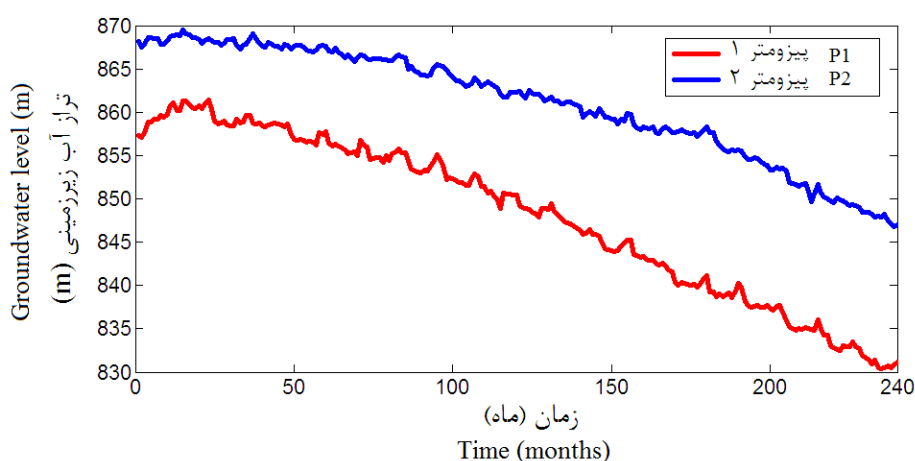
شکل ۱- منطقه و دو پیزومتر مورد مطالعه.

Figure 1. Study area and the two piezometers.

جدول ۱- مشخصات دو حلقه پیزومتر مورد مطالعه.

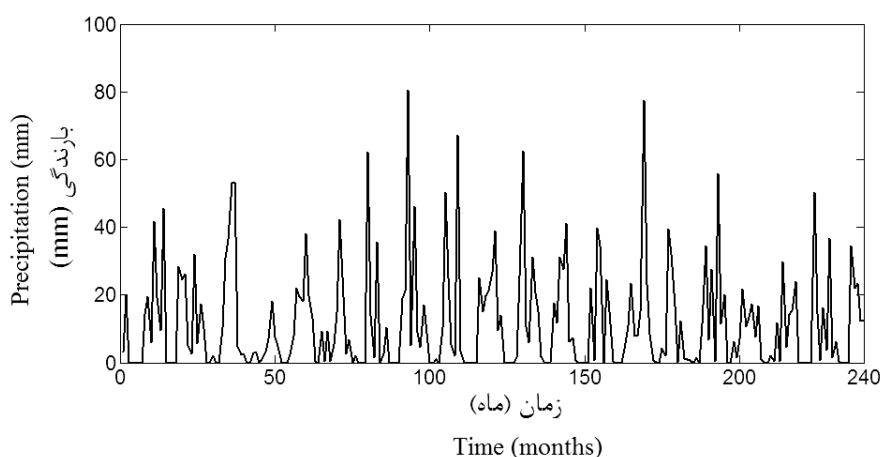
Table 1. Characteristics of studied piezometers.

تعداد داده‌ها (Data No.)	محدوده زمانی (Time range)	گام زمانی (Time scale)	UTM (39 S)			نام پیزومتر (Piezometer name)	شماره پیزومتر (Piezometer No.)
			X	Y	Z		
240	1372-1391	ماهانه (Monthly)	502850	3829765	877	حاجی‌آباد (Haji-abad)	1
240	1372-1391	ماهانه (Monthly)	502421	3827730	880	رضاآباد (Reza-abad)	2



شکل ۲- تغییرات ماهانه تراز آب زیرزمینی پیزومترهای ۱ و ۲ به مدت ۲۰ سال از فروردین ۱۳۷۲ تا اسفند ۱۳۹۱.

Figure 2. Monthly variations of groundwater level of piezometers 1 and 2 for 20 years.



شکل ۳- بارندگی ماهانه ایستگاه سینوپتیک قم به مدت ۲۰ سال از فروردین ۱۳۷۲ تا اسفند ۱۳۹۱.

Figure 3. Monthly precipitation of Qom synoptic station for 20 years.

یکدیگر متصل بوده و هر یک عملیات ریاضی ساده‌ای انجام می‌دهند، می‌تواند سیستم‌های پیچیده را شبیه‌سازی کند.

مدل شبکه عصبی خودبازگشتی غیرخطی با ورودی کمکی: در مدل شبکه عصبی خودبازگشتی غیرخطی با ورودی کمکی<sup>۲</sup> یا NARX، داده‌های دو سری زمانی که یکی اصلی و دیگری کمکی می‌باشد، استفاده می‌شود و مقادیر آینده سری زمانی اصلی به صورت تابعی از مقادیر گذشته سری زمانی اصلی و سری زمانی کمکی پیش‌بینی می‌شوند. به عبارت دیگر:

$$y_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-d}, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-d}) \quad (1)$$

در رابطه ۱،  $d$  تعداد تأخیر<sup>۳</sup> است که می‌تواند برای هر یک از سری‌های  $x$  و  $y$  مقدار متفاوتی باشد. شبکه عصبی استفاده شده در این پژوهش یک شبکه سه‌لایه پیش‌خور با تابع فعالیت تانزانت سیگموئید در لایه مخفی و تابع فعالیت خطی در لایه خروجی و الگوریتم آموزش لوبزبرگ-مارکوات است. شکل ۴ معماری این شبکه را نشان می‌دهد.

تحلیل آماری داده‌ها در جدول ۲ نشان داده شده است. این جدول شامل مقدار بیشینه، مقدار کمینه، میانگین، انحراف معیار ( $S_d$ )، ضریب چولگی ( $C_s$ )، ضریب همبستگی ۱ ماهه ( $R_1$ )، ۲ ماهه ( $R_2$ )، ۳ ماهه ( $R_3$ ) و ۴ ماهه ( $R_4$ ) است (2). مدل‌های شبکه عصبی زمانی بهتر عمل می‌کنند که خصوصیات آماری داده‌های آموزش و آزمون مشابهت داشته باشند. جدول ۲ در مجموع خصوصیات آماری نسبتاً مشابهی را بین داده‌های آموزش و آزمون به‌ویژه برای بارندگی نشان می‌دهد. ضریب همبستگی تراز آب زیرزمینی برای تأخیرهای ۱، ۲، ۳ و ۴ ماهه در هر دو پیژومتر نسبتاً بالاست. ضریب چولگی هر دو پیژومتر نسبتاً پایین بوده که این برای مدل‌سازی مناسب می‌باشد زیرا ضریب چولگی بالا تأثیر منفی قابل ملاحظه‌ای بر عملکرد شبکه‌های عصبی دارد (12).

شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANNs): شبکه‌های عصبی مصنوعی<sup>۱</sup>، الهام گرفته شده از فرایند یادگیری مغز انسان است. یک شبکه عصبی شامل تعداد زیادی نرون مصنوعی است که بر طبق معماری خاص شبکه به هم متصل شده‌اند. شبکه عصبی با استفاده از آمار گذشته و شبکه‌ای از گره‌ها یا نرون‌های ساده که به

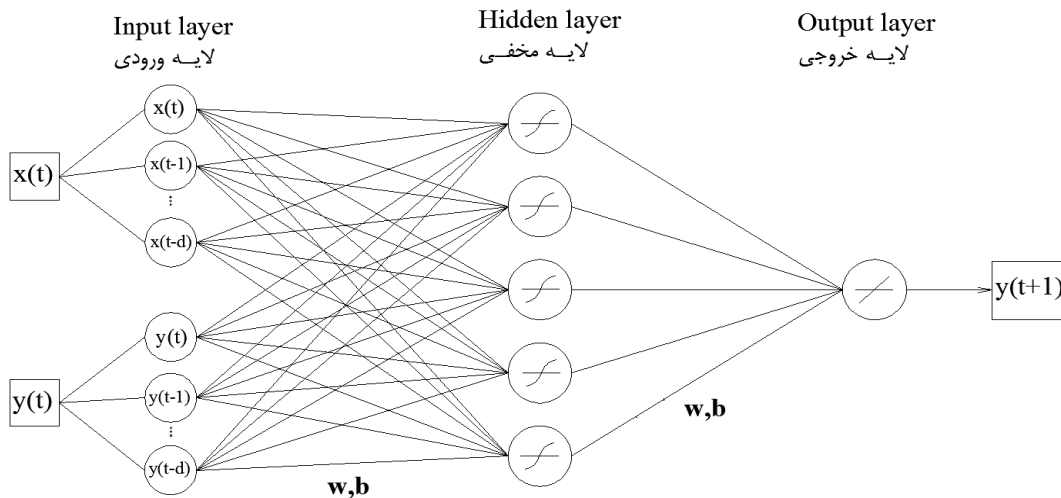
2- Nonlinear AutoRegressive with eXogenous input  
3- Delay

1- Artificial Neural Networks

جدول ۲- تحلیل آماری داده‌های کل، آموزش و آزمون پیزومتر ۱، پیزومتر ۲ و بارندگی.

Table 2. Statistical analysis of data for piezometers 1, 2 and precipitation.

داده‌های اعتبارسنجی و آزمون (Validation and test sets)			داده‌های آموزش (Training set)			کل داده‌ها (All data)			پارامتر آماری (Statistical parameters)
بارندگی (Precipitation) (mm)	پیزومتر ۲ (P1) (m)	پیزومتر ۱ (P1) (m)	بارندگی (Precipitation) (mm)	پیزومتر ۲ (P1) (m)	پیزومتر ۱ (P1) (m)	بارندگی (Precipitation) (mm)	پیزومتر ۲ (P1) (m)	پیزومتر ۱ (P1) (m)	
36	36	36	204	204	204	240	240	240	تعداد داده‌ها (Number of data)
10.09	849.63	823.10	12.23	863.07	850.70	11.91	861.06	848.06	میانگین (Mean)
50.30	853.25	836.06	80.60	869.52	861.45	80.60	869.52	861.45	بیشینه (Max)
0	846.83	830.40	0	853.32	836.95	0	846.83	830.40	کمینه (Min)
12.73	1.61	1.79	16.05	4.62	7.43	15.59	6.45	9.33	$S_d$
0.0007	0.042	-0.006	0.0004	-0.004	-0.0009	0.0005	-0.002	-0.0004	$C_s$
0.02	0.84	0.91	0.21	0.98	0.99	0.20	0.98	0.99	$R_1$
0.05	0.72	0.84	0.11	0.97	0.97	0.11	0.97	0.98	$R_2$
-0.16	0.64	0.75	-0.02	0.95	0.96	-0.04	0.96	0.97	$R_3$
-0.15	0.59	0.66	-0.15	0.93	0.95	-0.15	0.94	0.95	$R_4$



شکل ۴- معماری شبکه عصبی NARX سه لایه با ۵ نرون در لایه مخفی و تأخیر d.

Figure 4. Architecture of three layers NARX with 5 neurons in hidden layer and delay d.

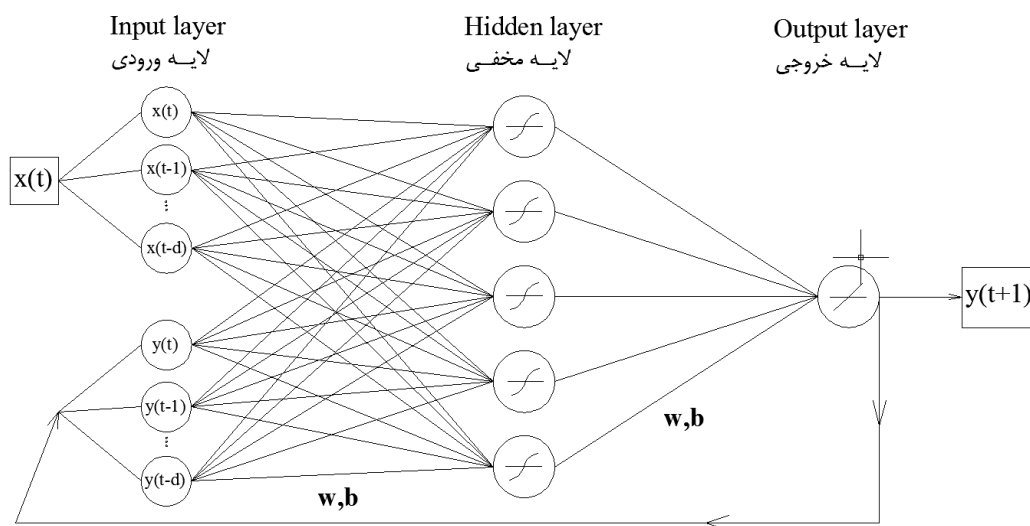
معماری حلقه پس خورباز<sup>۱</sup> شکل ۴، خروجی صحیح به جای خروجی پس خور تخمینی استفاده می‌شود. پس از آموزش شبکه، حلقه پس خور بسته<sup>۲</sup> شده

خروجی شبکه یا همان  $y(t+1)$  به عنوان ورودی (و بر اساس تعداد تأخیر) به شبکه پس خورانده می‌شود. در هنگام آموزش شبکه، با به کار بردن

- 1- Open-loop
- 2- Close-loop

شبکه NARX را در حالت حلقه پس خور بسته نشان می‌دهد (3).

و شبکه می‌تواند چند گام زمانی آینده را پیش‌بینی کند؛ زیرا این بار از پیش‌بینی  $y(t)$  به جای مقادیر واقعی  $y(t)$  استفاده می‌شود. شکل ۵ معماری



شکل ۵- معماری شبکه عصبی NARX در حالت حلقه پس خور بسته.

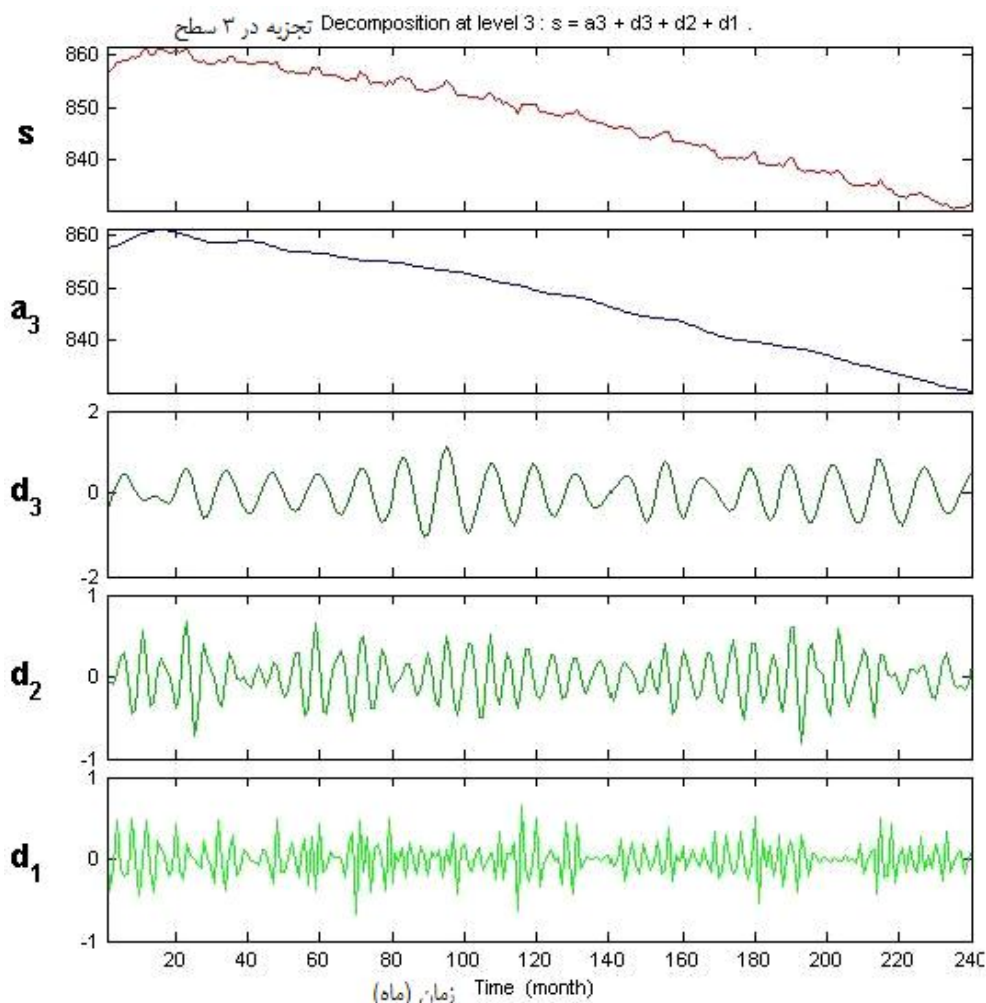
Figure 5. Architecture of NARX in close-loop feed-forward stage.

توسط تبدیل موجک meyer با سطح تجزیه ۳ نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل مشخص است موجک meyer، موجک مادر ( $S$ ) را به یک موجک تقریب ( $a_3$ ) و سه موجک جزئیات ( $d_3, d_2, d_1$ ) تجزیه کرده است به طوری که

$$S = a_3 + d_3 + d_2 + d_1$$

آنالیز موجک: تبدیل‌های موجک<sup>۱</sup> برای تجزیه و جدا کردن روند از جزئیات داده‌ها به کار می‌روند. به وسیله این تبدیل‌ها سری‌های زمانی به موجک‌هایی تقسیم می‌شوند که هر یک نسخه‌ای جابه‌جا شده و مقیاس شده از موجک مادر هستند. تبدیل موجک به دو صورت گسسته و پیوسته انجام می‌شود. تبدیل موجک پیوسته در تمام مقیاس‌ها می‌تواند عمل کند ولی در عین حال به مقدار زیادی داده و زمان محاسباتی نیاز دارد؛ بنابراین در بیش‌تر پژوهش‌ها از تبدیل موجک گسسته به دلیل سادگی و سرعت زیاد محاسبات (با توجه به دقت مورد نیاز) استفاده شده که در این پژوهش نیز از آن استفاده شده است. شکل ۶، تجزیه سیگنال سری زمانی تراز آب زیرزمینی پیزومتر ۱ را به سیگنال‌های پایه سازنده آن

#### 1- Wavelet Transforms



شکل ۶- تجزیه سیگنال سری زمانی تراز آب زیرزمینی پیزومتر ۱ توسط موجک Meyer با سطح تجزیه ۳.

Figure 6. Three level decomposition of groundwater level time series of piezometer 1 with Meyer wavelet.

است به گونه‌ای که مقادیر تخمین زده شده به مقادیر واقعی نزدیک باشند (12).

**مدل پیشنهادی ترکیبی شبکه عصبی- موجک (WANN):** در مدل ترکیبی شبکه عصبی- موجک زیرسری‌هایی که توسط تبدیل‌های موجک تولید شده‌اند، به‌عنوان ورودی شبکه عصبی استفاده می‌شوند؛ به این صورت که هر زیرسری به‌طور جداگانه به همراه بارندگی به شبکه عصبی اعمال شده و شبکه آموزش داده شده و تست می‌شود. در نهایت خروجی شبکه یا همان تراز آب زیرزمینی در زمان  $t+1$ ، با جمع جبری مقادیر متناظر

تحلیل رگرسیون خطی چندمتغیره (MLR): تحلیل رگرسیون خطی چندمتغیره<sup>۱</sup> تکنیکی برای مدل کردن رابطه خطی بین یک متغیر وابسته و یک یا چند متغیر مستقل است. شکل معمول معادله رگرسیون خطی چندمتغیره به این صورت است:

$$y = a_0 + \sum a_i x_i \quad (2)$$

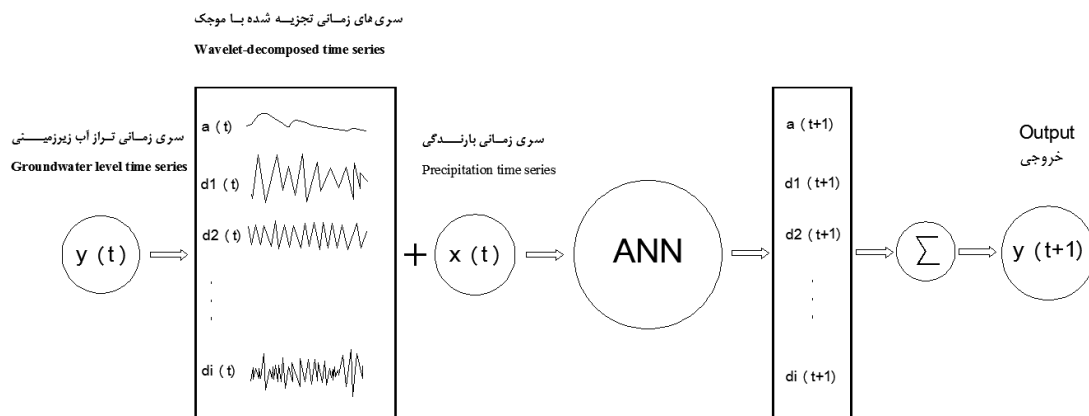
که  $a_0$  عرض از مبدأ،  $a_i$  ضریب رگرسیون متغیرهای مستقل  $x_i$  و  $y$  مقدار پیش‌بینی شده است. هدف روش MLR تعیین پارامترهای معادله رگرسیون

1- Multi Linear Regression



نوشته شد. شکل ۷ به صورت شماتیک این مدل را نشان می‌دهد.

پیش‌بینی شده تمام زیرسری‌ها به دست می‌آید (یعنی  $GWL_{t+1} = a_{t+1} + d1_{t+1} + d2_{t+1} + \dots + di_{t+1}$ ). برای این منظور برنامه‌ای با نرم‌افزار MATLAB R2012



شکل ۷- ساختار مدل پیشنهادی ترکیبی شبکه عصبی - موجک.

Figure 7. Structure of proposed WANN model.

زیرزمینی و  $n$  تعداد داده‌هاست. اگر  $E = 1$  شود به این معنی است که داده‌های پیش‌بینی شده با داده‌های مشاهده شده همخوانی کامل دارد.  $E = 0$  یعنی دقت پیش‌بینی مدل با دقت میانگین داده‌های مشاهده شده برابر است؛ در حالی که  $E < 0$  زمانی اتفاق می‌افتد که میانگین داده‌های مشاهده شده پیش‌بینی بهتری نسبت به مدل دارد. به‌طور خلاصه اگر  $E$  و  $RMSE$  به ترتیب نزدیک به یک و صفر شوند، مدل پیش‌بینی بهتری دارد.

### نتایج و بحث

مدل‌سازی با سه مدل رگرسیون خطی چندمتغیره، شبکه عصبی و ترکیب شبکه عصبی - موجک انجام شد و ساختاری از این مدل‌ها که بهترین نتایج را داشتند مورد استفاده قرار گرفت. برای مدل رگرسیون خطی چندمتغیره، آنالیز رگرسیون خطی بین مقادیر تراز آب زیرزمینی ماه فعلی با تراز آب زیرزمینی و میزان بارندگی ماه قبل، دو ماه قبل، ... تا دوازده ماه قبل

مقایسه کارایی مدل‌ها: در این مقاله کارایی مدل‌ها با استفاده از ضریب نش- ساتکلیف ( $E$ ) و ریشه خطای مربع متوسط ( $RMSE$ ) سنجیده می‌شود. ضریب کارایی نش- ساتکلیف<sup>۱</sup> برای ارزیابی توان پیش‌بینی مدل‌های هیدرولوژیکی به کار می‌رود و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_{i(o)} - y_{i(p)})^2}{\sum_{i=1}^n (y_{i(o)} - y_m)^2} \quad (3)$$

ریشه خطای مربع متوسط بین داده‌های پیش‌بینی شده و مشاهده شده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{i(o)} - y_{i(p)})^2}{n}} \quad (4)$$

در روابط بالا  $y_m, y_{i(p)}, y_{i(o)}$  به ترتیب مقادیر مشاهده شده، پیش‌بینی شده و میانگین تراز آب

1- Nash-Sutcliffe model efficiency coefficient

می‌دهد. برای به‌دست آوردن این روابط از داده‌های ۱۹ سال آماری استفاده شده و داده‌های سال آخر برای آزمون مدل به‌کار رفته است. برای به‌دست آوردن تراز آب زیرزمینی ماه دوم تا دوازدهم دوره آزمون از مقادیر پیش‌بینی شده استفاده شده تا نتایج قابل مقایسه با نتایج مدل شبکه عصبی باشند.

انجام شد. در اجرای مدل رگرسیون خطی چندمتغیره، تراز آب زیرزمینی ماه فعلی به‌عنوان متغیر وابسته به تراز آب زیرزمینی و میزان بارندگی ماه‌های قبلی (متغیرهای مستقل) در نظر گرفته شده است. جدول ۳ بهترین روابط به‌دست آمده مدل رگرسیون خطی چندمتغیره را برای دو پیزومتر مطالعاتی به همراه مقادیر E و RMSE مربوط به دوره آزمون نشان

جدول ۳- بهترین روابط به‌دست آمده مدل رگرسیون خطی چندمتغیره به همراه نتایج دوره آزمون برای پیزومترهای ۱ و ۲.

Table 3. Best achieved MLR equations for piezometers 1 and 2 in test period.

E	RMSE (m)	رابطه رگرسیون خطی چندمتغیره (MLR equation)	پیزومتر (Piezometer)
0.25	0.421	$y_t = -11.284 + 0.827y_{t-1} + 0.186y_{t-11} + 0.005x_{t-1} - 0.004x_{t-3} - 0.004x_{t-4}$	1
0.52	0.395	$y_t = -13.212 + 0.855y_{t-1} - 0.085y_{t-2} + 0.2455y_{t-6} + 0.007x_{t-1} + 0.004x_{t-2}$	2

می‌کند، افزایش می‌دهد؛ زیرا عوامل دیگری نظیر رواناب‌های ورودی از بالادست، تغذیه توسط آب‌های زیرزمینی و ... که اثرشان را در ماه‌های آینده نشان می‌دهند، نیز مؤثر هستند.

در مدل شبکه عصبی برای به‌دست آوردن بهترین نتیجه، شبکه با معماری‌های مختلف و به‌کار بردن تعداد تأخیرهای مختلف برای بارندگی و تراز آب زیرزمینی آموزش داده شد و مورد آزمون قرار گرفت. تعداد لایه‌های مخفی و تعداد نرون‌های لایه مخفی هر شبکه با استفاده از داده‌های موجود و روش سعی و خطا بهینه شد. تأخیرهای مختلف از ۱ تا ۱۲ ماه برای بارندگی و تراز آب زیرزمینی آزمایش شد. در اجرای مدل شبکه عصبی خودبازگشتی غیرخطی با ورودی کمکی (NARX)، سری زمانی تراز آب زیرزمینی به‌عنوان سری زمانی اصلی و سری زمانی بارندگی ماهانه به‌عنوان سری زمانی کمکی در نظر گرفته شد. دخالت دادن بارندگی در این مدل نسبت به حالتی که تنها از سری زمانی تراز آب زیرزمینی (شبکه NAR)

طبق جدول ۳، بهترین روابط رگرسیون خطی چندمتغیره نشان می‌دهند که در پیزومتر ۱ تراز آب زیرزمینی ماه فعلی تابعی از تراز آب زیرزمینی یک و یازده ماه قبل و بارندگی یک، سه و چهار ماه قبل است. در پیزومتر ۲ تراز آب زیرزمینی ماه فعلی تابعی از تراز آب زیرزمینی یک، دو و شش ماه قبل و بارندگی یک و دو ماه قبل است. براساس روابط رگرسیون خطی چندمتغیره، مسأله‌ای که مشخص است این است که تراز آب زیرزمینی این دو پیزومتر بیش‌ترین وابستگی را به تراز ماه قبل دارند (ضریب‌های ۰/۸۲۷ و ۰/۸۵۵ در روابط MLR). برای به‌دست آوردن این روابط، وابستگی تراز آب زیرزمینی با تراز و بارندگی ماه‌های قبل بررسی شده و با آوردن یا حذف ماه‌های مختلف بهترین رابطه‌ها استخراج شده‌اند. به‌طورکلی می‌توان گفت که مدل‌سازی‌های صورت گرفته برای یافتن بهترین جواب بوده است. شاید بتوان گفت که در چنین مدل‌سازی‌هایی، وارد نمودن یک ماه (مثلاً ماه دوم) خطای مدلی را که از ماه‌های اول و سوم استفاده

پیزومترهای ۱ و ۲ است) و می‌توان این گونه استدلال کرد که به علت پایین بودن سطح آب، بارندگی‌های معمولاً ناچیز در منطقه اثر قابل توجهی روی تراز آب زیرزمینی منطقه ندارد. نتایج مدل شبکه عصبی در جدول ۴ نشان داده شده است.

استفاده می‌شد، نه تنها به بهبود نتایج کمی نکرد بلکه باعث کاهش دقت مدل نیز شد. از دلایل این مسأله ممکن است پایین بودن سطح آب این دو پیزومتر نسبت به سطح زمین باشد (تراز آب به‌طور متوسط ۲۰ و ۳۰ متر پایین‌تر از سطح زمین به‌ترتیب در

جدول ۴- بهترین نتایج مدل شبکه عصبی مربوط به دوره آزمون برای پیزومترهای ۱ و ۲.

Table 4. Best results of ANN models for piezometers 1 and 2 in test period.

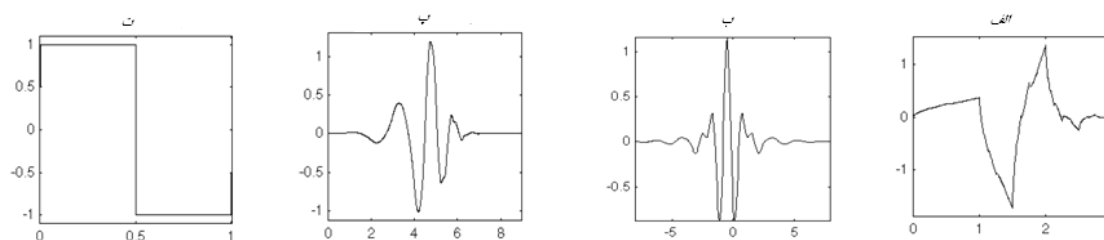
E	RMSE (m)	ساختار ANN (ANN structure)	پیزومتر (Piezometer)
0.019	0.482	NARX 2-5-1 $d_1=10, d_2=1^*$	1
0.39	0.380	NAR 1-6-1 $d_1=11$	1
0.22	0.504	NARX 2-6-1 $d_1=9, d_2=1$	2
0.80	0.251	NAR 1-5-1 $d_1=11$	2

\*  $d_1$  و  $d_2$  به ترتیب تأخیر تراز آب زیرزمینی و تأخیر بارندگی.

\*  $d_1$  is groundwater level delay and  $d_2$  is precipitation delay.

برخی موجک‌های غیرمعمول مثل *sym2*, *meyer*, *coif1* و *rbio1.1* و با سطوح تجزیه ۱، ۲، ۳ و ۴ استفاده شد. شکل ۸ چند موجک مادر را به‌عنوان نمونه نشان می‌دهد.

برای مدل ترکیبی شبکه عصبی- موجک ابتدا سری زمانی تراز آب زیرزمینی هر پیزومتر توسط موجک‌های مادر تجزیه شدند. برای این کار از موجک‌های مادر *haar*, *db5*, *db4*, *db3*, *db2* و



شکل ۸- موجک‌های مادر الف) *sym2* ب) *Meyer* پ) *db5* ت) *haar*.

Figure 8. (From left to right) Haar, db5, Meyer and sym2 wavelets.

شیوه مشاهده شد که نتیجه مدل ترکیبی برای زیرسری تقریب، با خطای زیادی روبروست در حالی که نتیجه برای زیرسری‌های جزئیات مناسب است. زیرسری تقریب در واقع نسخه بدون نویز شده سری زمانی اصلی است. سری زمانی تراز آب زیرزمینی پیزومترهای ۱ و ۲ این پژوهش روند کاهشی داشته و

برای هر پیزومتر زیرسری‌های تقریب و جزئیات به‌دست آمده از تجزیه موجکی سیگنال تراز آب زیرزمینی به‌طور جداگانه به همراه بارندگی به شبکه عصبی اعمال شدند و خروجی هر شبکه به‌دست آمد. نتیجه نهایی مدل ترکیبی، جمع جبری مقادیر متناظر پیش‌بینی شده هر یک از زیرسری‌هاست. با اعمال این

تقریب که بیش از هر چیز نشان‌دهنده افت ۲۰ ساله تراز آب دو پیزومتر است، مناسب نمی‌باشد. بنابراین برای زیرسری تقریب، بارندگی از روند مدل‌سازی حذف گردید، در حالی که برای مدل‌سازی زیرسری‌های جزئیات، بارندگی همچنان به‌کار گرفته شد. با این شیوه نتیجه برای زیرسری تقریب به‌میزان زیادی بهبود یافت. بهترین نتیجه مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک در جدول ۵ نشان داده شده است.

افت‌های به‌ترتیب ۳۱ و ۲۳ متری را در دوره زمانی ۲۰ ساله نشان می‌دهند، در حالی که سری زمانی بارندگی روندی نوسانی داشته و به‌صورت پیک‌های متوالی تکرار شده است. به‌نظر نمی‌رسد بارندگی اثر قابل‌توجهی روی تراز آب زیرزمینی این دو پیزومتر داشته باشد؛ منطق است که افت زیاد تراز آب زیرزمینی علل دیگری (همچون برداشت زیاد از سفره و کاهش رواناب ورودی به حوزه آبخیز) داشته باشد، پس به‌کار بردن بارندگی برای مدل‌کردن زیرسری

جدول ۵- بهترین نتایج مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک مربوط به دوره آزمون برای پیزومترهای ۱ و ۲.

Table 5. Best results of WANN models for piezometers 1 and 2 in test period.

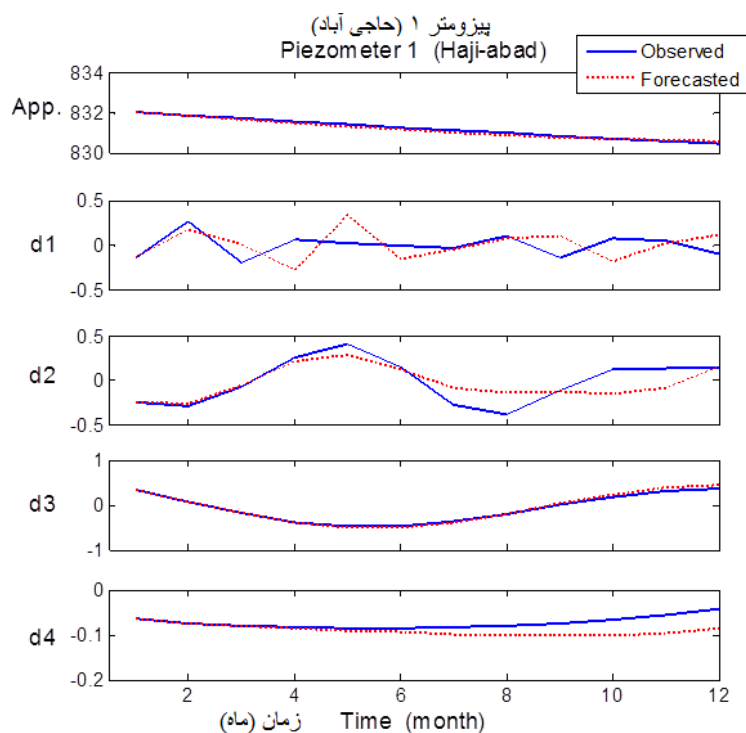
E	RMSE (m)	ساختار ANN زیرسری جزئیات (ANN structure of detail)	ساختار ANN زیرسری تقریب (ANN structure of app.)	سطح تجزیه (Decomposition level)	موجک مادر (Mother wavelet)	پیزومتر (Piezometer)
0.70	0.267	NARX 2-6-1 $d_1=9, d_2=3^*$	NAR 1-6-1 $d_1=11$	4	Meyer	1
0.88	0.193	NARX 2-6-1 $d_1=6, d_2=1$	NAR 1-6-1 $d_1=11$	4	Meyer	2

\*  $d_1$  و  $d_2$  به‌ترتیب تأخیر تراز آب زیرزمینی و تأخیر بارندگی.

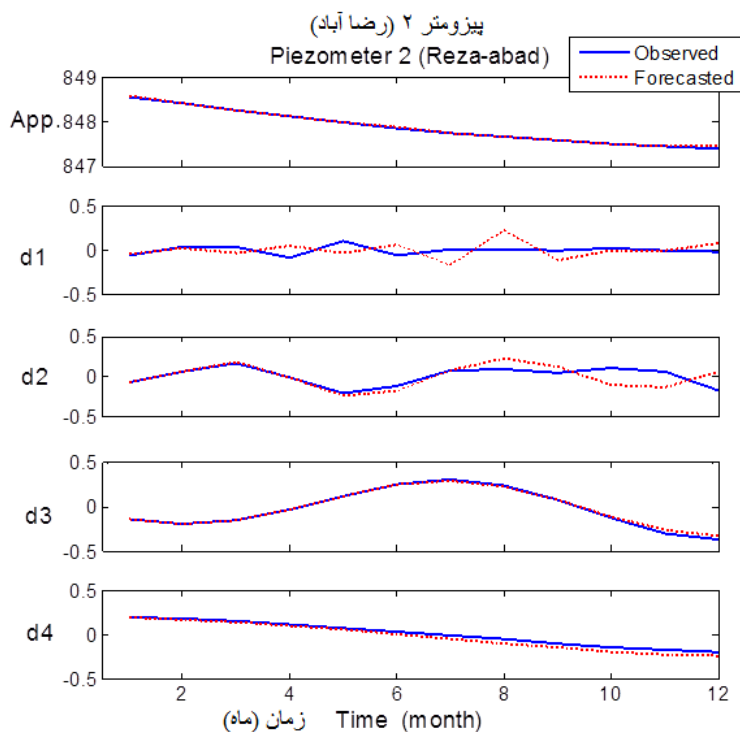
\*  $d_1$  is groundwater level delay and  $d_2$  is precipitation delay.

موجک‌های مادر شبیه به این روند می‌تواند نتایج بهتری داشته باشد. البته روش سعی و خطا برای پیدا کردن موجک مادر مناسب، آسان‌تر است. در هر دو پیزومتر این پژوهش موجک مادر Meyer نسبت به موجک‌های مادر دیگر نتایج بهتری ارائه دادند. شکل‌های ۹ و ۱۰ نمودار بهترین نتایج شبیه‌سازی دوره آزمون زیرسری تقریب و زیرسری‌های جزئیات حاصل از موجک مادر Meyer با سطح تجزیه ۴ را به‌ترتیب برای پیزومترهای ۱ و ۲ نشان می‌دهند. نتیجه شبیه‌سازی زیرسری‌ها، به‌خصوص زیرسری تقریب و زیرسری‌های  $d_3$  و  $d_4$  بسیار دقیق‌تر از شبیه‌سازی سری زمانی اصلی است.

استفاده از تبدیل‌های موجک برای تجزیه سری‌های زمانی الزاماً دقت شبکه عصبی را افزایش نخواهد داد. نکته مهم در انتخاب موجک مادر با توجه به طبیعت رخداد پدیده و نوع سری زمانی مشاهده شده است. الگوهایی از توابع موجک مادر که بتوانند از نظر شکل هندسی به خوبی بر منحنی سری زمانی منطبق شوند، بهتر می‌توانند عمل نگاشت را انجام دهند و نتایج بهتری دربر خواهند داشت (11). سری زمانی تراز آب زیرزمینی بر خلاف پدیده‌هایی نظیر بارش - رواناب (11) الزاماً ماهیت تک‌قله‌ای ندارند بلکه اغلب دارای روند کاهشی و ویژگی نوسان پی‌درپی هستند که پیزومترهای این پژوهش نیز از این قاعده مستثنی نیستند (شکل ۲). پیدا کردن



شکل ۹- شبیه‌سازی دوره آزمون زیرسری‌های تقریب و جزئیات حاصل از موجک مادر Meyer با سطح تجزیه ۴ برای پیزومتر ۱.  
 Figure 9. Simulation of approximation and detail sub-time series in testing period, generated by Meyer wavelet in 4 levels for piezometer 1.



شکل ۱۰- شبیه‌سازی دوره آزمون زیرسری‌های تقریب و جزئیات حاصل از موجک مادر Meyer با سطح تجزیه ۴ برای پیزومتر ۲.  
 Figure 10. Simulation of approximation and detail sub-time series in testing period, generated by Meyer wavelet in 4 levels for piezometer 2.

که نمودار مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک با نمودار مقادیر مشاهده شده در هر دو پیرومتر تطابق بیش‌تری دارد.

از ویژگی‌های یک مدل هیدرولوژیکی خوب، توانایی آن در تخمین و شبیه‌سازی نقاط پیشینه و کمینه می‌باشد؛ زیرا طراحی‌های هیدرولوژیکی معمولاً بر اساس نقاط پیک انجام می‌شود. با توجه به شکل‌های ۱۱ و ۱۲، مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک نقاط پیشینه و کمینه را بهتر از دو مدل دیگر پیش‌بینی کرده است. همچنین نمودارها نشان می‌دهند که پیش‌بینی ۳ ماه اول مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک، نسبت به دو مدل دیگر بسیار دقیق می‌باشد که این مزیت مهمی است.

### نتیجه‌گیری کلی

در این پژوهش کاربرد مدل‌های شبکه عصبی، ترکیب شبکه عصبی - موجک و رگرسیون خطی چندمتغیره در پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی دو پیرومتر واقع در دشت قم بررسی شد. سری زمانی تراز آب زیرزمینی یک سری از داده‌های غیرایستاست که معمولاً ماهیت نوسانی و روند کاهشی دارد. نتایج مدل‌ها نشان داد که مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک نسبت به دو مدل شبکه عصبی و رگرسیون خطی چندمتغیره بهتر می‌تواند خصوصیات غیرخطی و پیچیده تراز آب زیرزمینی پیرومترهای مطالعاتی را شبیه‌سازی نماید. استفاده از سری زمانی بارندگی به‌عنوان سری زمانی کمکی در پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی پیرومترهای مطالعاتی، باعث بهبود نتایج مدل شبکه عصبی نشد که علت آن احتمالاً تأثیر ناچیز بارندگی روی تراز پایین آب زیرزمینی دشت قم می‌باشد. در مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک استفاده از بارندگی برای مدل‌سازی زیرسری تقریب، با خطا همراه می‌شد در حالی که دقت مدل‌سازی زیرسری‌های جزئیات را افزایش می‌داد. این مسأله نیز

در روش ترکیبی شبکه عصبی - موجک به‌کار بردن سطح تجزیه بالا مطلوب نیست؛ زیرا اگرچه سطح تجزیه بالا دقت آموزش شبکه را افزایش می‌دهد اما نتیجه معکوس روی داده‌های آزمون نیز دارد. یک فرمول تجربی برای انتخاب سطح تجزیه  $l = \text{int}[\log(n)]$  است (10). در این فرمول  $l$  سطح تجزیه و  $n$  تعداد داده‌های سری زمانی است. استفاده از فرمول فوق سطح تجزیه ۲ را به‌دست می‌دهد. البته بهترین نتایج این پژوهش با سطح تجزیه ۴ به‌دست آمده‌اند (جدول ۵) که نشان می‌دهد برای انتخاب سطح تجزیه بهینه نیز باید از روش سعی و خطا استفاده نمود.

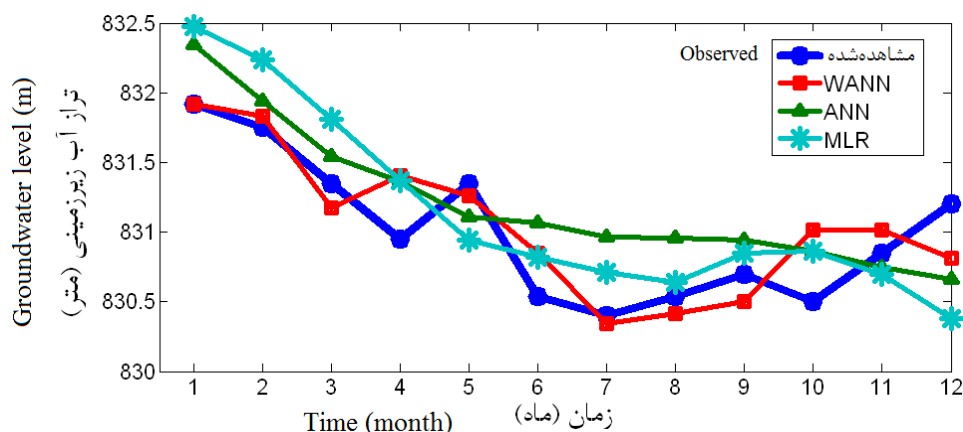
بر طبق جدول‌های ۳، ۴ و ۵ بهترین مدل ترکیبی شبکه عصبی - موجک توانسته میزان RMSE را برای پیرومتر ۱ به‌ترتیب به‌میزان ۲۹/۷ و ۳۶/۶ درصد در مقایسه با بهترین مدل‌های شبکه عصبی و رگرسیون خطی چندمتغیره و برای پیرومتر ۲ به‌ترتیب به‌میزان ۲۳/۱ و ۵۱/۱ درصد بهبود بخشد. مدل ترکیبی به این دلیل که از سیگنال‌های تجزیه شده به‌عنوان ورودی شبکه عصبی استفاده می‌کند توانسته است خصوصیات غیرخطی و غیرایستای تراز آب زیرزمینی را دقیق‌تر از مدل شبکه عصبی و مدل رگرسیون خطی چندمتغیره شبیه‌سازی نماید. در مقایسه با مدل‌های رگرسیونی، مدل‌های هوشمند دارای این مزیت هستند که در آن‌ها چندین پارامتر قابل تنظیم وجود داشته و ترکیبات مختلفی را می‌توان به‌کار برد تا نتایج بهتری حاصل شود. اگرچه به‌دلیل همین ویژگی، این مدل‌ها مستعد پدیده بیش‌برازش<sup>۱</sup> نیز می‌باشند.

در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ تراز آب زیرزمینی پیش‌بینی شده (توسط سه مدل در دوره آزمون) در مقایسه با تراز آب زیرزمینی مشاهده شده برای پیرومترهای ۱ و ۲ نشان داده شده است. دیده می‌شود

1- Overfitting

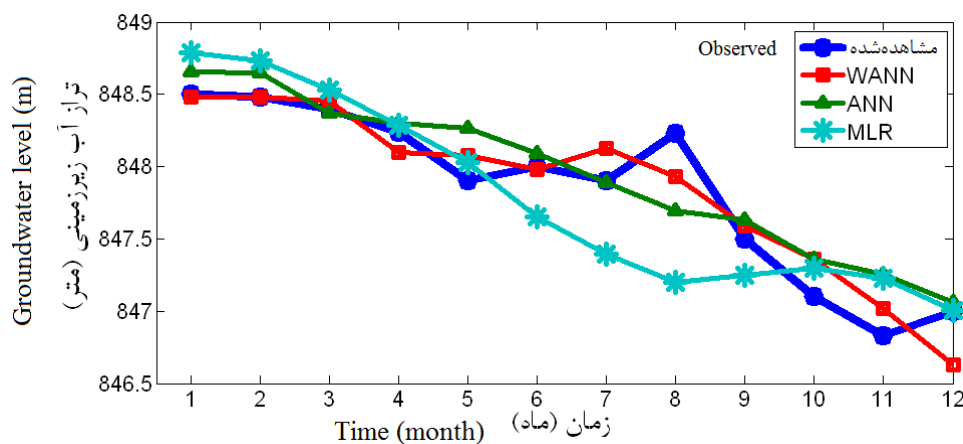
تأثیرات ناچیز بارندگی وجود دارد. پژوهش‌های بعدی در این زمینه را می‌توان برای بررسی کارایی این مدل برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی با استفاده از اطلاعات سری‌های زمانی دیگر مثل پمپاژ از چاه‌های مجاور، دمای هوا و ... انجام داد.

به ماهیت این زیرسری‌ها مرتبط است؛ زیرا زیرسری تقریب در واقع نسخه بدون نویز شده سری زمانی اصلی است و در مورد دو پیژومتر این پژوهش، زیرسری تقریب روند افت زیاد ۲۰ ساله را نشان می‌دهد که به نظر نمی‌رسد این افت زیاد به بارندگی مرتبط باشد؛ اما در زیرسری‌های جزئیات احتمالاً



شکل ۱۱- تراز آب زیرزمینی مشاهده شده و پیش‌بینی شده در دوره آزمون برای پیژومتر ۱.

Figure 11. Observed versus predicted groundwater level in testing period for piezometer 1.



شکل ۱۲- تراز آب زیرزمینی مشاهده شده و پیش‌بینی شده در دوره آزمون برای پیژومتر ۲.

Figure 12. Observed versus predicted groundwater level in testing period for piezometer 2.

### منابع

1. Adamowski, J., and Chan, F.H. 2011. A wavelet neural network conjunction model for groundwater level forecasting. J. Hydrol. 407: 1-4. 28-40.
2. Alizadeh, A. 2011. Principles of applied hydrology. 31<sup>st</sup> Ed., Emam Reza University, Mashhad, Pp: 705-709. (In Persian)
3. Beale, M.H., Hagan, M.T., and Demuth, H.B. 2010. Neural network toolbox™ 7 user's guide. The Mathworks Inc., Natick, Massachusetts, USA, 951p.

4. Lar consulting engineers co. 2013. Qom groundwater quality and contamination studies. ([www.lar-co.com/department/selectedprojects/ghom\\_waterresources.html](http://www.lar-co.com/department/selectedprojects/ghom_waterresources.html)).
5. Mahgoli, A., Chitsazan, M., and Niamadpour, A. 2011. Generalization of artificial neural network with high intelligence for aquifer modeling (Case study: Meidavood-Daloon plain). In: 30<sup>th</sup> Symposium of Geosciences. Geological Survey of Iran, Tehran. (In Persian)
6. Mohtasham, M., Dehghani, A., Akbarpour, A., Meftah Halghi, M., and Etebari, B. 2010. Groundwater level Forecasting using artificial neural network. Iran. J. Irrig. Drain. 4: 1. 1-10.
7. Nakhaee, M., Saberi Nasr, A., and Farajzadeh, R. 2011. Advantages of wavelet neural network in groundwater level Forecasting. In: 4<sup>th</sup> Iran Water Resources Management Conference. Amirkabir University, Tehran. (In Persian)
8. Nazari, A., Nakhaee, M., Sadeghirad, M., and Arab Bafrani, A. 2010. Study of Namak lake saltwater infiltration to Qom plain aquifer using quantitative modeling. In: 2<sup>nd</sup> Water Resources Management Conference. Bahonar University, Kerman. (In Persian)
9. Nikmanesh, M., and Rakhshandehroo, Gh. 2011. Forecasting groundwater level in Saadat-shahr plain Iran using artificial neural networks. Iran Water Resources Research. 7: 1. 82-86.
10. Nourani, V., Alami, M., and Aminfar, M. 2009. A combined neural-wavelet model for prediction of Ligvanchai watershed precipitation. Engineering Applications of Artificial Intelligence. 22: 466-472.
11. Nourani, V., Hasanzadeh, Y., Komasi, M., and Sharafi, A. 2008. Rainfall-runoff modeling using wavelet-artificial neural network hybrid model. In: 4<sup>th</sup> National Congress on Civil Engineering. Tehran University, Tehran. (In Persian)
12. Rajae, T. 2011. Wavelet and ANN combination model for prediction of daily suspended sediment load in rivers. Science of the Total Environment. 409: 15. 2917-2928.
13. Rajae, T., and Mirbagheri, S.A. 2009. Suspended sediment model in rivers using artificial neural networks. Mashhad, J. Civil Engin. 21: 1. 27-43.
14. Rajae, T., Nourani, V., Zounemat-Kermani, M., and Kisi, O. 2011. River suspended sediment load prediction: Application of ANN and Wavelet conjunction model. ASCE, J. Hydrol. Eng. 16: 8. 613-627.





Gorgan University of Agricultural  
Sciences and Natural Resources

*J. of Water and Soil Conservation, Vol. 22(5), 2016*  
<http://jwsc.gau.ac.ir>

## **Application of wavelet-neural network model for forecasting groundwater level time series with non-stationary and nonlinear characteristics**

**\*T. Rajae<sup>1</sup> and H. Ebrahimi<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Associate Prof., Dept. of Civil Engineering, University of Qom,

<sup>2</sup>Ph.D. Student, Dept. of Civil Engineering, University of Qom

Received: 08/15/2013; Accepted: 05/10/2014

### **Abstract**

**Background and Objectives:** Aquifer systems are often characterized by non-stationary and nonlinear features. Modelling of these systems and forecasting their future conditions requires identification of these fundamental features. Conceptual or physically based models are often the main type of model used to understand physical processes occurring in a particular system. However, they have a number of practical limitations, including the need for large amounts of hydrogeological data. Recently, wavelet analysis has been used widely in hydrological time series forecasting owing to its ability to decode aforementioned features. The objective of this study is to assess the ability of combined wavelet-artificial neural network model to predict the groundwater level.

**Materials and Methods:** In this paper, a hybrid model is tested based on coupling wavelet and artificial neural networks (WANN) that use sum of sub-series method, for its ability to yield forecasts of groundwater level. The model results are compared with the results from artificial neural networks (ANN) and multi linear regression (MLR) models. The variables used to develop the models were monthly groundwater level at two piezometers and monthly total precipitation data recorded for 20 years in the Qom plain, Iran.

**Results:** Twelve-month-ahead prediction with the WANN model show that the error of this model is 30 and 23 percent less than ANN model and 37 and 51 percent less than MLR model for piezometers 1 and 2 respectively. The results show that precipitation has no significant effect on groundwater level variations of the two study piezometers; although for the detail sub-series, use of precipitation improved the results.

**Conclusion:** The results showed that WANN model simulate the non-linear and non-stationary characteristics of groundwater level better than ANN and MLR models. Using rainfall time series did not improve the ANN results, because the groundwater level is very deep in Qom plain.

**Keywords:** Wavelet neural network, Water table, Multi linear regression, Qom plain

---

\* Corresponding Author; Email: [taher\\_rajae@yahoo.com](mailto:taher_rajae@yahoo.com)

